

МОДЕЛИРОВАНИЕ КРИВЫХ 2-ГО ПОРЯДКА И ПОВЕРХНОСТЕЙ ОБОЛОЧЕК
ИНЖЕНЕРНЫХ СООРУЖЕНИЙ НА ИХ ОСНОВЕКонопацкий¹ Е.В., Воронова² О.С., Ротков³ С.И., Лагунова⁴ М.В., Бездитный⁵ А.А.

¹ Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, 286123, Донецкая Народная Республика, г. Макеевка, ул. Державина, 2, e.v.konopatskiy@mail.ru

² Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, 286123, Донецкая Народная Республика, г. Макеевка, ул. Державина, 2, kornilova.oly@mail.ru

³ Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет, 603950, Россия, г. Нижний Новгород, ул. Ильинская, 65, rotkov@nngasu.ru

⁴ Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет, 603950, Россия, г. Нижний Новгород, ул. Ильинская, 65, mvlmn@mail.ru

⁵ Севастопольский филиал ФГБОУВО «Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова», 299053, Россия, г. Севастополь, ул. Вакуленчука, 29, bezdytniy@gmail.com

Аннотация. В работе описан пример моделирования дуги кривой 2-го порядка с помощью инженерного дискриминанта и её аналитическое описание на основе графического алгоритма построения кривой в точечном исчислении. Приведены примеры моделирования поверхностей оболочек инженерных сооружений на эллиптическом и прямоугольном плане, полученные с помощью эллиптических, параболических, гиперболических и круговых образующих. Методы исследований включают геометрические алгоритмы моделирования кривых 2-го порядка, проходящих через 3 наперёд заданные точки и имеющих касательные в начальной и конечной точках, и поверхностей оболочек на их основе. Аналитическое определение дуг кривых и отсеков поверхностей с помощью математического аппарата точечное исчисление в заданной параметризации и с учётом всех наперёд заданных геометрических условий. Такой подход может найти широкое распространение в практике моделирования оболочек инженерных сооружений различного технического назначения. Он позволяет проектировщику подобрать наилучшую кривизну поверхности оболочки, которая будет обладать необходимыми прочностными характеристиками, технической эстетичностью и художественной выразительностью. Также предусмотрена возможность разбиения поверхности оболочки на конечные элементы заданного количества для исследования напряженно-деформированного состояния оболочки под действием различных нагрузок в системах конечно-элементного анализа.

Предмет исследования: методы геометрического моделирования кривых 2-го порядка и поверхностей оболочек по наперед заданным требованиям.

Материалы и методы: методы исследований включают геометрические алгоритмы моделирования кривых 2-го порядка и поверхностей оболочек, аналитическое описание которых выполнено с помощью математического аппарата «Точечное исчисление».

Результаты: разработан математический аппарат определения дуг кривых 2-го порядка с помощью инженерного дискриминанта в точечном исчислении; рассмотрены частные случаи моделирования дуг кривых 2-го порядка и поверхностей оболочек инженерных сооружений на их основе.

Выводы: предложенный подход может найти широкое распространение в практике моделирования оболочек инженерных сооружений различного технического назначения. В частности, как один из эффективных инструментов геометрического и компьютерного моделирования в системах автоматизированного проектирования различного назначения, который позволяет проектировщику подобрать наилучшую кривизну поверхности оболочки, обладающей необходимыми прочностными характеристиками, технической эстетичностью и художественной выразительностью.

Ключевые слова: кривая 2-го порядка, геометрическое моделирование, поверхность оболочки, инженерный дискриминант, параметризация кривой, параметризация поверхности, точечное исчисление.

ВВЕДЕНИЕ

Большинство из существующих систем автоматизированного проектирования, информационного и твердотельного моделирования имеют ряд ограничений связанных с формообразованием геометрических объектов, которые необходимо определить с нужными значениями кривизны и в нужной параметризации. В большинстве своём они имеют скудный инструментарий формообразующих элементов и геометрических примитивов. Например, даже такие простейшие формообразующие элементы как кривые 2-го порядка, изученные вдоль и поперёк, и аналитически, и геометрически [1-9], реализованы не в полном объёме в системах твердотельного моделирования. В лучшем случае существует

возможность построения эллипса в различных параметризациях. С параболой уже сложнее. А построение дуги гиперболы возможно исключительно с использованием аппроксимации (например, сплайнами). Исключением является лишь система автоматизированного проектирования и расчёта Компас 3D, новые версии которой, содержат инструмент «Коническая кривая». Данный инструмент позволяет строить кривые 2-го порядка, определяя их с помощью инженерного дискриминанта [10]. Что уже говорить о более сложных формообразующих элементах. Например, как реализовать в существующих системах твердотельного моделирования тело с образующей в виде циклоиды? А ведь эта кривая обладает уникальными свойствами, благодаря которым она может использоваться и как

таутохрона, и как брахистохрона. И если аппроксимировать линию циклоиды другими линиями, то, конечно, выглядеть она будет также, но потеряет свои уникальные свойства. В работе [11] приводится другой пример, в котором описано, что для построения, казалось бы, простого и знакомого нашему глазу луковичного купола, который украшает храм Василия Блаженного, кривыми нужной кривизны пришлось разрабатывать целый язык геометрических построений для компьютерной реализации геометрических моделей. Но тогда возникает другая проблема. Даже если использовать дополнительный программный код, написанный, например, на VBA или AutoLISP для AutoCAD, то неминуемо столкнёмся с проблемой графического вывода полученных результатов, которая опять будет сведена к аппроксимации т.к. визуализация других геометрических примитивов просто не предусмотрена функционалом программных продуктов. Если рассматривать задачу с точки зрения дальнейшего использования метода конечных элементов для расчёта твердотельных моделей, то такой подход является вполне оправданным и, в некоторых случаях, даже более удобным. С другой стороны, он совершенно не подходит, если необходимо использовать геометрические свойства модели. И здесь уместно вспомнить, что самым простым из геометрических примитивов является точка. Сама по себе точка не имеет даже размера. Это геометрический аналог

бесконечно малой величины. Однако используя множество точек можно получать геометрические объекты любой степени сложности. Как наш организм состоит из атомов, так и любой геометрический объект, любого пространства, можно описать организованным множеством точек в точечном исчислении [12].

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДУГИ КРИВОЙ 2-ГО ПОРЯДКА С ПОМОЩЬЮ ИНЖЕНЕРНОГО ДИСКРИМИНАНТА

Как известно, кривая 2-го порядка однозначно определяется пятью точками, пятью касательными или комбинациями точек и касательных. Рассмотрим алгоритм построения кривой 2-го порядка с помощью инженерного дискриминанта (рис. 1). В данном случае дуга кривой 2-го порядка проходит через точку A и точку B , также она имеет две касательные в этих точках – AC и BC . Чтобы однозначно определить дугу кривой 2-го порядка зададим ещё одну точку K , через которую она будет проходить. Для удобства точку K будем определять отношением на медиане CO , которое известно под названием инженерного дискриминанта. Исходя из этого, определим точку K с помощью инженерного дискриминанта k в симплексе CAB :

$$K = (O - C)k + C = (A - C)\frac{k}{2} + (B - C)\frac{k}{2} + C.$$

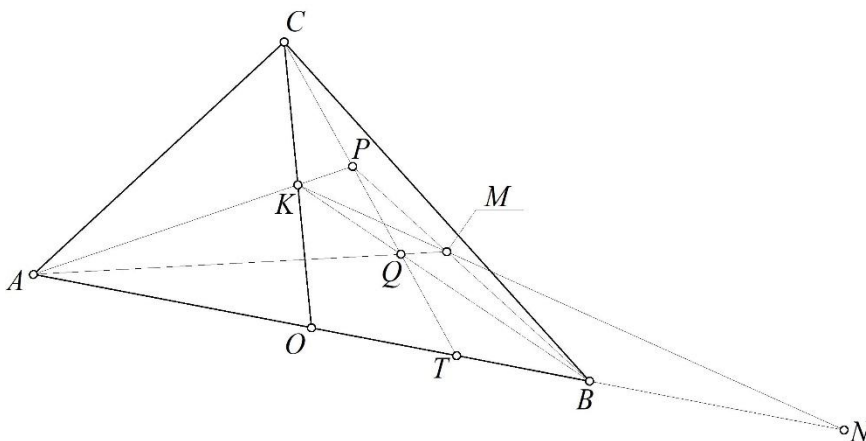


Рис. 1. Геометрическая схема определения кривой 2-го порядка с помощью инженерного дискриминанта
Fig. 1. Geometric scheme for determining the 2nd order curve using the engineering discriminant

Для определения текущей точки M дуги кривой 2-го порядка зададим на прямой AB параметрическую точку T с помощью параметра v , который изменяется от 0 до 1:

$$T = (B - A)v + A. \quad (1)$$

Тогда на пересечении этой прямой CT с прямыми AK и BK получим промежуточные

текущие точки P и Q . Текущую точку M определим пересечением прямых AQ и BP .

Переходим к аналитическому описанию приведенного выше графического алгоритма построения дуги кривой 2-го порядка с помощью инженерного дискриминанта. Определим текущий параметр v из точечного уравнения (1):

$$v = \frac{AT}{AB} = -TBA \rightarrow TBA = -v.$$

Четырёхугольник $KPMQ$, образует гармоническое отношение четырех точек:

$$ABTN = \frac{ABT}{ABN} = -1 \rightarrow ABN = -ABT.$$

Используя правила преобразования простого отношения трёх точек прямой, получим:

$$ABT = \frac{v}{\bar{v}} \rightarrow N = A \frac{\bar{v}}{1-2v} - B \frac{v}{1-2v},$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \bar{v}t & vt & \bar{t} \\ \frac{k}{2} & \frac{k}{2} & \bar{k} \end{vmatrix} = 0 \rightarrow P = A \frac{\bar{v}k}{2vk+k} + B \frac{vk}{2vk+k} + C \frac{2v\bar{k}}{2vk+k}.$$

Аналогичным образом, определим текущую точку M , как результат пересечения прямых KN и BP :

$$M = (A-C) \frac{k\bar{v}^2}{k(1-2v)^2 + 2v\bar{v}} + (B-C) \frac{vt^2}{k(1-2v)^2 + 2v\bar{v}} + C. \quad (2)$$

Полученная кривая является дугой обвода и может использоваться для построения обводов первого порядка гладкости. Рассмотрим некоторые её свойства. Изменяя инженерный дискриминант k , можно получить различные виды дуги кривой 2-го порядка. При значении инженерного дискриминанта $k = 0,5$ получим дугу параболы, при $0 < k < 0,5$ – дугу гиперболы, а при $0,5 < k < 1$ –

где $\bar{v} = 1-v$ – дополнение параметра v до 1.

Определим точку P , как результат пересечения прямых AK и CT . Для этого зададим её в виде точки, текущей по отрезку CT :

$$P = C\bar{t} + Tt = A\bar{v}t + Bvt + C\bar{t},$$

где $\bar{t} = 1-t$ – дополнение параметра t до 1.

При пересечении прямых AK и CT площадь подвижного треугольника APK будет равна нулю. В соответствии с S -теоремой точечного исчисления [12], получим:

дугу эллипса. Вместе с тем для моделирования поверхностей оболочек необходимо преобразовать точечное уравнение (2) таким образом, чтобы дуга кривой 2-го порядка проходила через 3 наперёд заданные точки: A , K и B .

В соответствии с геометрической схемой конструирования дуги кривой 2-го порядка (рис. 1), определим точку C из следующего соотношения:

$$k = \frac{KC}{OC} \rightarrow C = -A \frac{k}{2k} - B \frac{k}{2k} + K \frac{1}{k}. \quad (3)$$

Произведём замену симплекса в уравнении (2), подставив вместо точки C уравнение (3):

$$M = (A-K) \frac{k\bar{v}(1-2v)}{k(1-2v)^2 + 2v\bar{v}} + (B-K) \frac{kv(2v-1)}{k(1-2v)^2 + 2v\bar{v}} + K. \quad (4)$$

Выполнив покоординатный расчёт, для 3-мерного пространства получим следующую систему однотипных параметрических уравнений:

$$\begin{cases} x = (x_A - x_K) \frac{k\bar{v}(1-2v)}{k(1-2v)^2 + 2v\bar{v}} + (x_B - x_K) \frac{kv(2v-1)}{k(1-2v)^2 + 2v\bar{v}} + x_K \\ y = (y_A - y_K) \frac{k\bar{v}(1-2v)}{k(1-2v)^2 + 2v\bar{v}} + (y_B - y_K) \frac{kv(2v-1)}{k(1-2v)^2 + 2v\bar{v}} + y_K \\ z = (z_A - z_K) \frac{k\bar{v}(1-2v)}{k(1-2v)^2 + 2v\bar{v}} + (z_B - z_K) \frac{kv(2v-1)}{k(1-2v)^2 + 2v\bar{v}} + z_K \end{cases}$$

Полученные уравнения можно эффективно использовать в качестве формообразующих элементов поверхностей оболочек инженерных сооружений различного технического назначения.

Анализируя возможные значения инженерного дискриминанта k возникает вопрос: при каком значении k можно выделить окружность из

множества эллиптических кривых? Чтобы ответить на этот вопрос воспользуемся геометрической схемой, представленной на рисунке 2. Окружность однозначно определяется тремя точками A , B и K , зная координаты которых можно определить

радиус окружности $|O_1A| = r$, длину хорды $|AB| = c$
и высоту сегмента $|OK| = h$.

Определим искомое значение инженерного дискриминанта используя подобие прямоугольных треугольников ACO_1 и ACO :

$$k = \frac{KC}{OC} = \frac{1}{2} + 2\frac{h^2}{c^2}. \quad (5)$$

Как видно из соотношения (5) значение k зависит от длины хорды и высоты сегмента и однозначно определяется координатами исходных точек, через которые проходит искомая дуга кривой 2-го порядка.

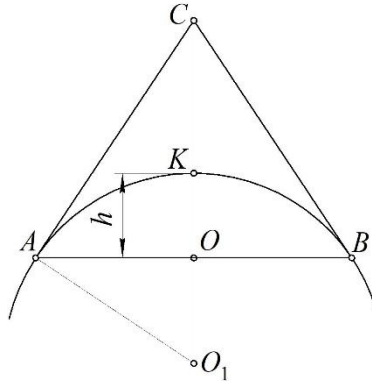


Рис. 2. Геометрическая схема определения значения инженерного дискриминанта для дуги окружности
Fig. 2. Geometric scheme for determining the value of engineering discriminant for a circular arc

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ОБОЛОЧЕК НА ЭЛЛИПТИЧЕСКОМ ПЛАНЕ

В инженерной практике широкое распространение получили оболочки на эллиптическом (в частном случае на круговом) плане. В строительстве они называются купольные конструкции и относятся к наиболее экономичным пространственным конструкциям, применяемым в покрытиях диаметром до 150 м при толщине оболочки в 1/600-1/800 диаметра. Геометрическая форма купольной конструкции во многом зависит от вида образующей поверхности оболочки. Встречаются такие геометрические формы купольных конструкций как сферическая, коноидная, параболическая и эллиптическая. Практически все перечисленные купольные конструкции используют в качестве образующей

кривые 2-го порядка, для определения которых удобно использовать точечное уравнение (4).

В соответствии с геометрической схемой моделирования (рис. 3) габаритные размеры поверхности оболочки задаются координатами точек O , R , S и K . Точка O определяет центр эллиптического основания поверхности оболочки, а R и S – его размеры в плане. При этом отрезки OR и OS являются сопряжёнными полуосями эллипса. С помощью координат точки K задаётся высота оболочки h . Таким образом, задавая координаты точек O , R , S и K можно получить поверхность оболочки на эллиптическом или круговом плане, с вертикальной или наклонной образующей. На параметризацию оболочки с помощью точечных уравнений это никак не повлияет. Также, эти точки координируют положение поверхности оболочки в 3-мерном пространстве.

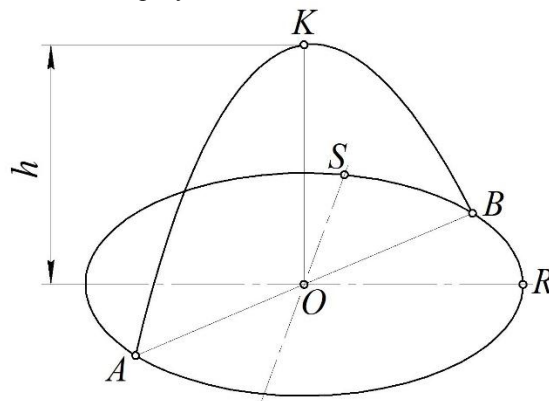


Рис. 3. Геометрическая схема моделирования поверхности оболочки на эллиптическом плане
Fig. 3. Geometric scheme for modeling the surface of the shell on an elliptical plan

Для параметризации опорной линии эллиптического контура воспользуемся точечным уравнением эллипса, полученного сжатием окружности к одному из ее диаметров [12]:

$$B = (R - O)\cos\varphi + (S - O)\sin\varphi + O, \quad (6)$$

где $\varphi \in [0; 2\pi]$ – угол сжатия (растяжения), определяющий текущую точку B эллипса при полном обходе линии кривой.

В соответствии с геометрической схемой (рис. 1) необходимо эллиптический контур представить в

$$A = -(R - O)u - (S - O)\sqrt{1 - u^2} + O,$$

$$B = (R - O)u + (S - O)\sqrt{1 - u^2} + O,$$

где $u \in [-1; 1]$ – текущий параметр.

После подстановок и преобразований получим точечное уравнение искомой поверхности оболочки в симплексе $ORSK$:

$$M = (R - O)\frac{uk(1 - 2v)^2}{k(1 - 2v)^2 + 2v\bar{v}} + (S - O)\frac{k(2v - 1)\sqrt{1 - u^2}}{k(1 - 2v)^2 + 2v\bar{v}} + (K - O)\frac{2v\bar{v}}{k(1 - 2v)^2 + 2v\bar{v}} + O.$$

Полученное уравнение описывает множество поверхностей оболочек на эллиптическом (в частном случае, круговом) плане, с образующей в форме кривой 2-го порядка, проходящей через 3 точки. Это множество определяется исключительно

виде 2-х опорных линий, которые задаются текущими точками A и B . Тогда получится, что текущая точка B определяется интервалом значений параметра φ от 0 до π , а текущая точка B – от π до 2π .

Без нарушения общности можно сделать замену переменных в точечном уравнении (6). В результате получим более удобную параметризацию опорного эллиптического контура, состоящего из двух дуг:

исходными точками симплекса $ORSK$ и инженерным дискриминантом k .

Проведём вычислительный эксперимент по моделированию нескольких поверхностей оболочек на эллиптическом плане в зависимости от инженерного дискриминанта k (рис. 4).

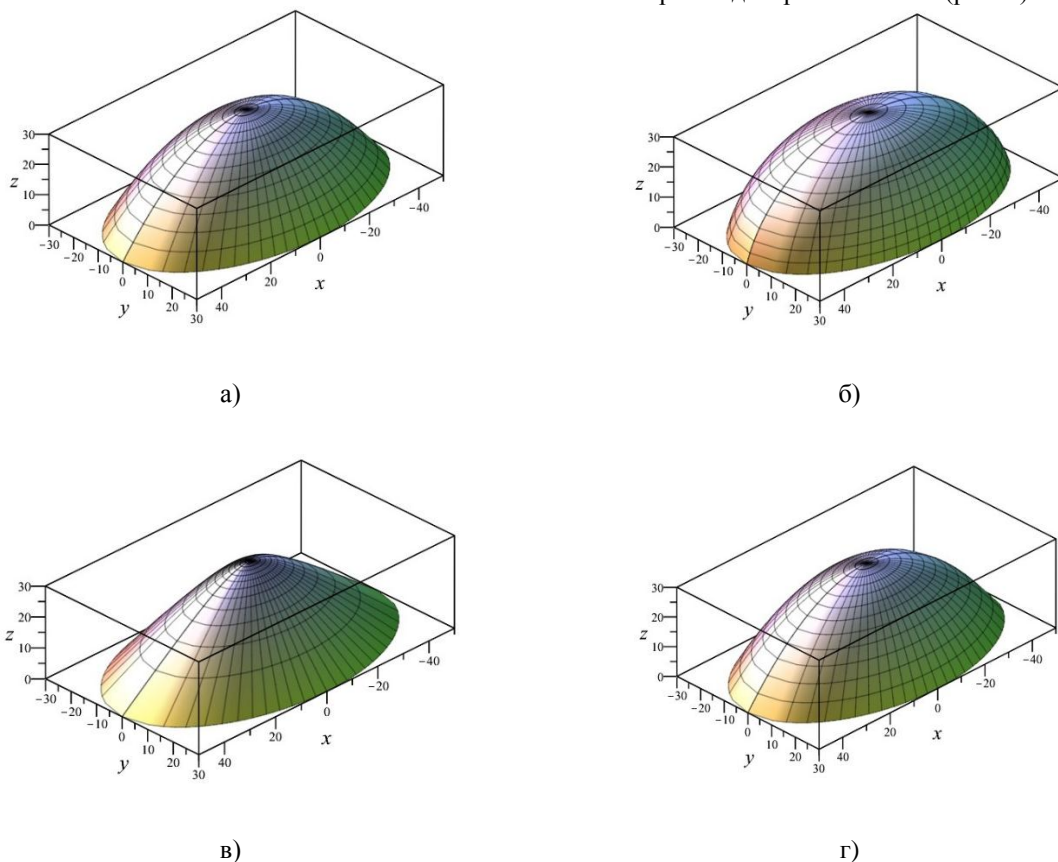


Рис. 4. Визуализация поверхности оболочки на эллиптическом плане: а) с параболической образующей при $k = 0,5$; б) с эллиптической образующей при $k = 0,8$; в) с гиперболической образующей при $k = 0,2$; г) с круговой образующей

Fig. 4. Visualization of the shell surface on an elliptical plan: a) with a parabolic generatrix at $k = 0,5$; b) with an elliptical generator at $k = 0,8$; c) with a hyperbolic generator at $k = 0,2$; d) with a circular generatrix

Обратим внимание, что в соответствии геометрической схемой моделирования поверхности оболочки на эллиптическом плане (рис. 3) хорда круговой образующей AB является переменной. При этом для каждого положения текущих точек A и B по формуле (5) вычисляется своё значение инженерного дискриминанта, обеспечивающее круговые сечения поверхности

оболочки во всех положениях секущей плоскости, проходящей через медиану подвижного треугольника ABC (рис. 2).

Чтобы выделить сферическую оболочку из множества возможных вариаций достаточно выбрать координаты исходных точек O, R, S и K таким образом, чтобы $|OR|=|OS|=|OK|=r$ (рис. 5).

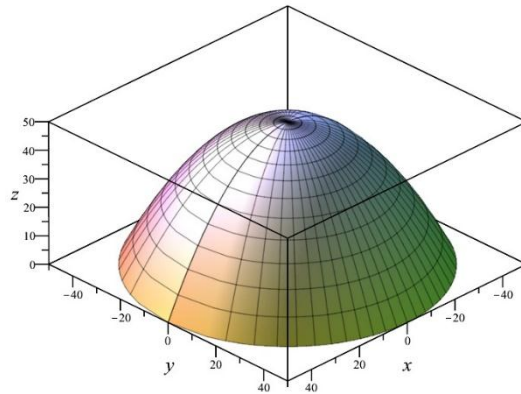


Рис.5. Визуализация поверхности сферической оболочки
Fig. 5. Visualization the surface of a spherical shell

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ОБОЛОЧЕК НА ПРЯМОУГОЛЬНОМ ПЛАНЕ

На прямоугольном плане используя точечное уравнение (4) возможно определение цилиндрических поверхностей оболочек и поверхностей оболочек двойкой кривизны. Геометрически наиболее интересными являются оболочки двойкой кривизны, особенность которых

заключается в возможности управления кривизной поверхности оболочки с помощью двух инженерных дискриминантов, один из которых определяет направляющую линию $K_1K_3K_2$, а второй образующую AKB (рис. 6). Причём точки K_1, K_2 и K_3 с точки зрения моделирования кривой 2-го порядка являются аналогичными точкам A, B и K (рис. 1).

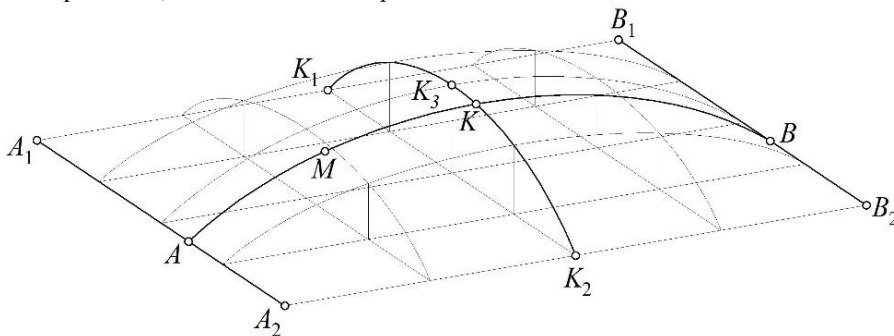


Рис. 6. Геометрическая схема моделирования поверхности оболочки двойкой кривизны
Fig. 6. Geometric scheme for modeling the surface shell of double curvature

Линейные опорные линии определяются движением текущих точек A и B , движение которых согласовано параметром $u \in [0;1]$:

$$A = A_1\bar{u} + A_2u, \quad B = B_1\bar{u} + B_2u,$$

где $\bar{u} = 1 - u$ – дополнение параметра u до 1.

Кривая опорная линия определяется с помощью точечного уравнения аналогичного уравнению (4):

$$K = (K_1 - K_3) \frac{k_1 \bar{u}(1-2u)}{k_1(1-2u)^2 + 2u\bar{u}} + (K_2 - K_3) \frac{k_1 u(2u-1)}{k_1(1-2u)^2 + 2u\bar{u}} + K_3,$$

где k_1 – инженерный дискриминант, определяющий кривизну опорной линии $K_1 K_3 K_2$.

Образующая линия также определяется уравнением аналогичным точечному уравнению (4):

$$M = (A - K) \frac{k_2 \bar{v}(1-2v)}{k_2(1-2v)^2 + 2v\bar{v}} + (B - K) \frac{k_2 v(2v-1)}{k_2(1-2v)^2 + 2v\bar{v}} + K,$$

где k_2 – инженерный дискриминант, определяющий кривизну образующей линии AKB .

Таким образом, формируется вычислительный алгоритм определения поверхности оболочки на прямоугольном плане, который реализует метод подвижного симплекса (в данном случае плоскость AKB). Следует отметить, что полученный на основе точечных уравнений вычислительный алгоритм является полностью универсальным по отношению к исходным данным, которыми выступают координаты точек $A_1, A_2, B_1, B_2, K_1, K_2$ и инженерные дискриминанты k_1 и k_2 . В общем

случае эти точки могут занимать любое положение в 3-мерном пространстве, формируя не только прямоугольный, но и многоугольный план. А вот точка K_3 обязательно должна находиться на медиане, что следует из условий геометрического алгоритма определения дуги кривой 2-го порядка, представленного на рисунке 1. Вычислительный точечный алгоритм останется при этом неизменным.

Проведём ряд вычислительных экспериментов для построения и визуализации результатов моделирования (рис. 7).

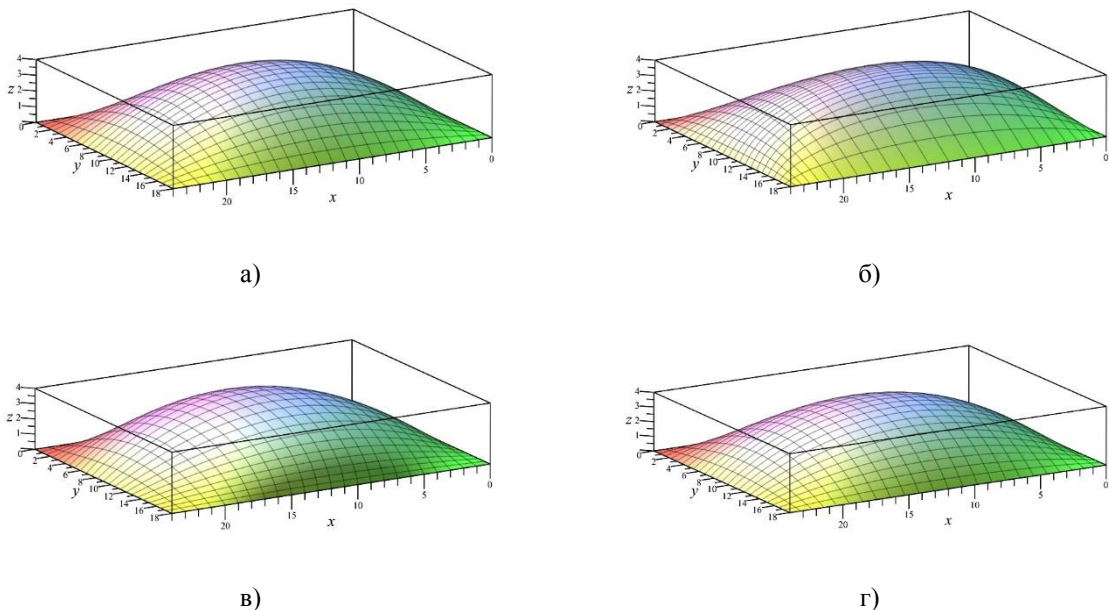


Рис. 7. Визуализация поверхности оболочки на прямоугольном плане: а) с параболическими направляющей и образующей при $k_1 = k_2 = 0,5$; б) с гиперболической направляющей $k_1 = 0,25$ и эллиптической образующей при $k_2 = 0,75$; в) с эллиптической направляющей $k_1 = 0,9$ и параболической образующей при $k_2 = 0,5$; г) с круговыми направляющей и образующей

Fig. 7. Visualization of the shell surface on a rectangular plan: a) with a parabolic guide and a generatrix at $k_1 = k_2 = 0,5$; b) with a hyperbolic guide $k_1 = 0,25$ and an elliptical generator at $k_2 = 0,75$; c) with an elliptical guide $k_1 = 0,9$ and a parabolic generator at $k_2 = 0,5$; d) with a circular guide and generatrix

Конечно, кроме приведенных выше примеров, возможны и другие комбинации различной кривизны образующих и направляющих линий, которые определяются с помощью инженерных дискриминантов k_1 и k_2 .

ВЫВОДЫ

В статье представлен математический аппарат определения кривых 2-го порядка с наперед заданными геометрическими свойствами и поверхностей оболочек инженерных сооружений на их основе. На наш взгляд программная реализация такого математического аппарата позволит расширить возможности трёхмерного моделирования в системах автоматизированного проектирования различного назначения. При этом выбор значений инженерного дискриминанта в указанном диапазоне удобно реализовать в виде числового ползунка, двигая который проектировщик мгновенно будет видеть результат изменений и сможет подобрать наилучшую кривизну поверхности оболочки, которая будет обладать необходимыми прочностными характеристиками, технической эстетичностью и художественной выразительностью. А использование определения геометрических объектов в локальном симплексе позволяет напрямую координировать положение поверхности оболочки в пространстве без необходимости использования матриц переноса и поворота.

Использование точечных уравнений (2) и (4) не исчерпываются приведенными в работе примерами. Существует возможность реализации на их основе и других комбинаций опорных и образующих линий для построения поверхностей оболочек различного технического назначения. Например, точечное уравнение (2), которое описывает дугу обвода с касательными в начальной и конечной точках, может эффективно использоваться для построения поверхностей оболочек, состоящих из нескольких отсеков (патчей), стыкующихся между собой по первому порядку гладкости. А точечное уравнение (4) является одним из эффективных инструментов геометрической теории многомерной интерполяции [13-17], который позволяет за счёт изменений значений инженерного дискриминанта подобрать кривизну геометрических объектов, наилучшим образом описывающую характер протекания исследуемого многофакторного процесса.

Все вычислительные эксперименты и их визуализация выполнены в одной из систем компьютерной алгебры. Преимуществом такого подхода является не только необходимая в инженерных изысканиях параметризация поверхностей оболочек инженерных сооружений, но и возможность разбиения полученной поверхности оболочки на конечные элементы заданного количества для дальнейших расчётов на прочность и устойчивость оболочек в системах конечно-элементного анализа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вертинская Н.Д. О некоторых особенностях поведения кривых второго порядка на проективной плоскости // Современные наукоемкие технологии, 2014. № 10. С. 124-127.
2. Сальков Н.А. Циклида Дюпена и кривые второго порядка. Часть 1 // Геометрия и графика, 2016. Т. 4. № 2. С. 19-28.
3. Волошинов Д.В. Единый конструктивный алгоритм построения фокусов кривых второго порядка // Геометрия и графика, 2018. Т.6. №2. С. 47-54.
4. Короткий В.А. Компьютерная визуализация кривой второго порядка, проходящей через мнимые точки и касающейся мнимых прямых // Научная визуализация, 2018. Т.10. №1. С. 56-68. DOI 10.26583/sv.10.1.04.
5. Короткий В.А., Усманова Е.А. Применение кривых второго порядка для конструирования гладких каркасно-сетчатых поверхностей // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Строительство и архитектура, 2014. Т.14. №3. С. 45-48.
6. Панчук К.Л. Кривые второго порядка эллиптической плоскости: монография // Омск: Изд-во ОмГТУ, 2015. 92 с.
7. Мясоедова Т.М. Построение обводов второго порядка гладкости из дуг кривых 2-го // Россия молодая: передовые технологии – в промышленность, 2019. №1. С. 212-215. DOI 10.25206/2310-4597-2019-1-212-215.
8. Абрамов Е.В., Шевцова Т.С. Упрощение общего уравнения кривой второго порядка с помощью квадратичной формы // Вестник ВИЭПП, 2019. № 2. С. 6-10.
9. Деменева Н.В. Аналитическая геометрия. Кривые второго порядка // Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Пермский государственный аграрно-технологический университет имени академика Д.Н. Прянишникова". Пермь: ИПЦ Прокрость, 2019. 310 с. ISBN 9785942794613.
10. Голованов Н.Н. Геометрическое моделирование // М.: ИНФРА-М, 2019. 400 с.
11. Boykov A.A. Development and application of the geometry constructions language to building computer geometric models // IoP conference series: Journal of Physics: Conf. Series 1901 (2021), 012058. DOI:10.1088/1742-6596/1901/1/012058.
12. Балюба И.Г., Конопацкий Е.В., Бумага А.И. Точечное исчисление // Макеевка: ДОННАСА, 2020. 244 с.
13. Конопацкий Е.В. Геометрическая теория многомерной интерполяции // Автоматизация и моделирование в проектировании и управлении. Брянск: БГТУ, 2020. №1(07). С. 9-16. DOI: 10.30987/2658-6436-2020-1-9-16.
14. Конопацкий Е.В. Геометрическое моделирование и оптимизация многофакторных процессов методом многомерной интерполяции //

Труды Международной научной конференции по физико-технической информатике СРТ2018 (28-31 мая 2018 г.). Москва-Протвино, 2018. С.299-306.

15. Конопацкий Е.В. Принципы построения компьютерных моделей многофакторных процессов методом многомерной интерполяции // Сборник материалов II Международной научно-практической конференции: «Программная инженерия: методы и технологии разработки информационно-вычислительных систем (ПИИВС-2018)» (14-15 ноября 2018 г.). Донецк: ДонНТУ, 2018. С. 277-287.

16. Конопацкий Е.В. Подход к построению геометрических моделей многофакторных процессов многомерной интерполяции // Программная инженерия. М.: 2019. Т.10. № 2. С. 77-86. DOI 10.17587/prin.10.77-86

17. Конопацкий Е.В., Ротков С.И., Крысько А.А. Общий подход к полилинейным интерполяции и аппроксимации на основе линейчатых многообразий // Строительство и техногенная безопасность. Симферополь: КФУ им. В.И. Вернадского, 2019. № 15(67). С.159-168.

REFERENCES

1. Vertinskaya N.D. On some features of the behavior of second-order curves on the projective plane // Modern high-tech technologies, 2014. No. 10. 124-127 pp. (In Russian)

2. Sal'kov N.A. Dupin cyclide and second-order curves. Part 1 // Geometry and graphics, 2016. Vol. 4. No. 2. 19-28 pp. (In Russian)

3. Voloshinov D.V. A unified constructive algorithm for second-order curves' foci creation // Geometry and graphics, 2018. Vol. 6. No. 2. 47-54 pp. (In Russian)

4. Korotkiy V.A. Computer visualization of conic curve passing through the imaginary point and the imaginary concerning direct // Scientific Visualization, 2018. Vol. 10. No. 1. 56-68 pp. DOI 10.26583/sv.10.1.04. (In Russian)

5. Korotky V.A., Usmanova E.A. The use of second-order curves to construct smooth frame-mesh surfaces // Bulletin of the South Ural State University. Series: Construction and Architecture, 2014. Vol. 14. No. 3. 45-48 pp. (In Russian)

6. Panchuk K.L. Second-order curves of an elliptic plane: monograph // Omsk: Publishing house of OmSTU, 2015. 92 p. (In Russian)

7. Myasoedova T.M. Construction of contours of the 2nd order of smoothness from arcs of the 2nd order curves // Young Russia: advanced technologies in

industry, 2019. No. 1. 212-215 pp. DOI 10.25206/2310-4597-2019-1-212-215. (In Russian)

8. Abramov E.V., Shevtsova T.S. Simplifying the general equation of a second-order curve using a quadratic form // Bulletin VIEPL, 2019. No2. 6-10 pp. (In Russian)

9. Demeneva N.V. Analytical geometry. Second-order curves // Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "Perm State Agrarian and Technological University named after Academician D.N. Pryanishnikov". Perm: CPI Prokrost, 2019. 310 p. ISBN 9785942794613. (In Russian)

10. Golovanov N.N. Geometric modeling // Moscow: INFRA-M, 2019. 400 p. (In Russian)

11. Boykov A.A. Development and application of the geometry constructions language to building computer geometric models // IoP conference series: Journal of Physics: Conf. Series 1901 (2021), 012058. – DOI:10.1088/1742-6596/1901/1/012058.

12. Balyuba I.G., Konopatskiy E.V., Bumaga A.I. Point calculus // Makeevka: DONNACEA, 2020. 244 p. (In Russian)

13. Konopatskiy E.V. Geometric theory of multidimensional interpolation // Automation and modeling in design and management. Bryansk: BSTU, 2020. No1(07). 9-16 pp. DOI: 10.30987/2658-6436-2020-1-9-16. (In Russian)

14. Konopatskiy E.V. Geometric modeling and optimization of multifactor processes and phenomena by multidimensional interpolation // Proceedings of the International scientific conference on physical and technical Informatics CPT2018 (28-31 may 2018). Moscow-Protvino, 2018. 299-306 pp. (In Russian)

15. Konopatskiy E.V. Principles of construction of computer models of multifactor processes and phenomena by the method of multidimensional interpolation // Proceedings of the II International scientific and practical conference: "Software engineering: methods and technologies of development of information and computing systems (PIIVS-2018)" (14-15 November 2018). Donetsk: DONNTU, 2018. 277-287 pp. (In Russian)

16. Konopatskiy E.V. Approach to the construction of geometric models of multifactor processes and phenomena by the method of multidimensional interpolation // Software Engineering, 2019. Vol.10. No2. 77-86 pp. DOI 10.17587/prin.10.77-86. (In Russian)

17. Konopatskiy E.V., Rotkov S.I., Krysko A.A. A general approach to multilinear interpolation and approximation based on linear manifolds // Construction and technogenic safety. Simferopol: V.I. Vernadsky Crimean Federal University, 2019. No. 15(67). 159-168 pp. (In Russian)

MODELING OF THE 2ND ORDER CURVES AND SURFACES OF ENGINEERING STRUCTURES SHELLS BASED ON THEIR BASIS

Konopatskiy¹ E.V., Voronova² O.S., Rotkov³ S.I., Lagunova⁴ M.V., Bezditnyi⁵ A.A.

¹ Donbas national Academy of civil engineering and architecture, 286123, Donetsk Peoples Republic, Makeevka, Derzhavina str., 2, e.v.konopatskiy@mail.ru

² Donbas national Academy of civil engineering and architecture, 286123, Donetsk Peoples Republic, Makeevka, Derzhavina str., 2, kornilova.oly@mail.ru

³ Nizhny Novgorod State University of Architecture and Civil Engineering, 603950, Russia, Nizhny Novgorod, Ilyinskaya str., 65, rotkov@nngasu.ru

⁴ Nizhny Novgorod State University of Architecture and Civil Engineering, 603950, Russia, Nizhny Novgorod, Ilyinskaya str., 65, mvlnn@mail.ru

⁵ Sevastopol branch of «Plekhanov Russian University of Economics», 299053, Russia, Sevastopol, Vakulenchuk str., 29, bezdytniy@gmail.com

Abstract. The paper describes an example of modeling an arc of a 2nd order curve using an engineering discriminant and its analytical description based on a graphical algorithm for constructing a curve in point calculus. Examples of modeling the surfaces of shells of engineering structures on an elliptical and rectangular plan, obtained using elliptical, parabolic, hyperbolic and circular formers, are given. Research methods include geometric algorithms: modeling of 2nd order curves passing through 3 predetermined points in advance and having tangents at the start and end points, and shell surfaces based on them. Analytical definition of curves arcs and sections of surfaces using the mathematical apparatus point calculation in a given parametrization and taking into account all predetermined geometric conditions. This approach can be widely used in the practice of modeling the shells of engineering structures for various technical purposes. It allows the designer to choose the best curvature of the shell surface, which will have the necessary strength characteristics, technical aesthetics and artistic expressiveness. The possibility of dividing the surface of the shell into finite elements of a given amount is also provided for studying the stress-strain state of the shell under the action of various loads in the systems of finite element analysis.

Subject: methods of geometric modeling of 2nd order curves and shell surfaces according to predetermined requirements.

Materials and methods: the research methods include geometric algorithms for modeling 2nd-order curves and shell surfaces, the analytical description of which is performed using the mathematical apparatus "Point Calculus".

Results: a mathematical apparatus for determining the arcs of curves of the 2nd order using an engineering discriminant in point calculus is developed; special cases of modeling arcs of curves of the 2nd order and surfaces of shells of engineering structures based on them are considered.

Conclusions: the proposed approach can be widely used in the practice of modeling shells of engineering structures for various technical purposes. In particular, as one of the effective tools of geometric and computer modeling in computer-aided design systems for various purposes, which allows the designer to choose the best curvature of the shell surface, which has the necessary strength characteristics, technical aesthetics and artistic expressiveness.

Key words: 2nd order curve, geometric modeling, shell surface, engineering discriminant, curve parametrization, surface parametrization, point calculus.