

УДК 692.23 DOI: 10.37279/2413-1873-2021-22-111-127

ОБОСНОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК МНОГОСЛОЙНОЙ СТЕНОВОЙ КОНСТРУКЦИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СРЕДСТВ КВАДРАТИЧНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Радаев А.Е., Гамаюнова О.С.

Санкт-петербургский политехнический университет Петра Великого, 195251 г. Санкт-Петербург,
ул. Политехническая, 29,
E-mail: ¹ radaev_ae@spbstu.ru; ² gamayunova_os@spbstu.ru

Аннотация. Высокие требования к энергетической эффективности возводимых объектов жилищного строительства, высокий уровень конкуренции строительных организаций, а также широкое разнообразие применяемых материалов и технологий определяют высокую значимость решения задач обоснования характеристик внешних многослойных стеновых конструкций. По результатам анализа соответствующих научных разработок сделан вывод об ограниченности существующих инструментальных средств с точки зрения учета теплотехнических показателей в качестве критериев обоснования оптимальных значений характеристик конструкции в части толщины и теплопроводности составляющих слоев. Обоснована целесообразность проведения исследования, целью которого является разработка инструментального средства для обоснования характеристик многослойной стеновой конструкции на основе квадратичного программирования.

Предмет исследования: технические и стоимостные характеристики многослойной стеновой конструкции в составе объекта жилищного строительства. Краткое указание проблем и недостатков, на решение которых направлено исследование: актуальность исследования обусловлена трудностью обоснования технических характеристик многослойной стеновой конструкции по критерию минимизации средневзвешенной (по толщине слоев) температуры стеновой конструкции ввиду отсутствия возможности эффективной реализации соответствующих математических моделей с помощью методов линейного программирования как наиболее известных и распространенных.

Материалы и методы: разработана оптимизационной модели обоснования характеристик многослойной стеновой конструкции на основе квадратичного программирования, предполагающая вычисление оптимальной толщины слоев конструкции по критерию максимизации средневзвешенной (по толщине слоев) температуры при фиксированных суммарных значениях толщины и термического сопротивления конструкции. Ключевой особенностью модели является возможность представления целевой функции в виде суперпозиции попарных перемножений неизвестных переменных и, как следствие, возможность эффективной реализации модели с использованием метода внутренней точки как одного из наиболее распространенных алгоритмов для решения задач квадратичного программирования.

Результаты: разработанная модель была реализована на практическом примере с использованием программной среды «Microsoft Excel» для задания значений исходных данных и анализа результатов реализации модели, а также программы «Matlab» для реализации модели с использованием метода внутренней точки.

Выводы: на основе результатов, полученных в рамках реализации разработанной модели на практическом примере, сделан вывод о высокой практической значимости разработанного инструментального средства. Выявлен основной недостаток разработанной модели, заключающийся в отсутствии учета критериев экономической целесообразности проектных решений по устройству стеновых конструкций. Для устранения указанного недостатка была запланирована модификация модели на дальнейших этапах исследования.

Ключевые слова: многослойная стеновая конструкция, толщина слоя, термическое сопротивление, оптимизационная модель, квадратичное программирование.

ВВЕДЕНИЕ

В современных условиях развития строительной отрасли, характеризующихся высоким уровнем конкуренции как строительных организаций при возведении энергоэффективных жилых домов, так и поставщиков соответствующих материалов, особую актуальность приобретают вопросы обоснования характеристик многослойных стеновых конструкций, в том числе в части толщины и теплопроводности составляющих слоев. Указанное обстоятельство обусловлено как необходимостью обеспечения требуемых значений показателей эффективности объекта строительства, так и большим разнообразием строительных материалов, используемых при возведении стеновых конструкций, на современном уровне развития производственных технологий. При этом

результаты предварительного анализа литературных источников по соответствующей тематике свидетельствуют об ограниченности инструментальных средств для обоснования характеристик стеновых конструкций, обусловленной специфическими особенностями соответствующих математических моделей. Вышеуказанные особенности определили целесообразность проведения исследования, целью которого является разработка инструментального средства для обоснования характеристик многослойной стеновой конструкции на основе квадратичного программирования. Для достижения указанной цели в рамках исследования были сформулированы следующие задачи:

1. Обзор и сравнительный анализ научных разработок в области обоснования характеристик многослойных стеновых конструкций.

2. Разработка оптимизационной модели обоснования характеристик многослойной стеновой конструкции на основе квадратичного программирования.

3. Реализация разработанной модели на практическом примере.

В качестве объекта исследования рассматривалась ограждающая многослойная стеновая конструкция в составе объекта жилищного строительства. Предметом исследования явились технические и стоимостные характеристики указанной конструкции, в частности, теплопроводность и толщина соответствующих слоев.

АНАЛИЗ ПУБЛИКАЦИЙ

На начальных этапах исследования был произведен обзор и сравнительный анализ научных работ зарубежных и отечественных авторов по тематике исследования. По результатам выполнения указанной процедуры были выделены определенные категории инструментальных средств, а также идентифицированы их основные особенности с точки зрения решения рассматриваемой задачи. К упомянутым категориям инструментальных средств относятся следующие:

- аналитические модели, описывающие взаимосвязь между характеристиками стеновой конструкции и соответствующими показателями влажностного [1-6] или температурного [7-13] режимов, а также стоимостными показателями конструктивных решений [14, 15]; указанные инструментальные средства не могут быть непосредственно использованы для решения задачи обоснования оптимальных значений характеристик стеновых конструкций, поскольку предполагают использование указанных характеристик в качестве исходных данных для выполнения расчетов;

- аналитические методики, основанные на формировании альтернативных вариантов конструктивных решений для стеновой конструкции с известными значениями характеристик, выполнении расчетов показателей эффективности упомянутых вариантов, формулировании практических рекомендаций по применению наиболее предпочтительных вариантов решений по результатам применения метода перебора вариантов [16-1], метода анализа иерархий [19, 20], графо-аналитического метода с использованием концепции кривых безразличия [21]; основным недостатком соответствующих разработок является отсутствие параметрического описания множества альтернативных вариантов конструктивных решений, что, в свою очередь, определяет невозможность объективного учета всех возможных вариантов и, как следствие, обуславливает негативное влияние на адекватность решения задачи обоснования характеристик стеновой конструкции при выборе наиболее предпочтительного варианта;

- инструментальные средства аналитического моделирования, предполагающие обоснование

характеристик стеновой конструкции посредством расчета начальных значений характеристик конструкции с последующим их пересчетом по результатам проверки условий по соответствия расчетных значений теплотехнических показателей соответствующим требуемым значениям [22]; основным недостатком указанного подхода является зависимость конечных значений характеристик стеновой конструкции от последовательности проверяемых условий (невозможность одновременного учета всех ключевых критериев обоснования характеристик конструкции), что неблагоприятным образом сказывается на практической значимости соответствующих прикладных разработок;

- инструментальные средства оптимизационного моделирования, базирующиеся на многокритериальной линейной [23] и нелинейной [24] оптимизации, а также генетических алгоритмах [25]; основными недостатками соответствующих научных разработок являются: отсутствие рекомендаций в части вычислительных алгоритмов, используемых для реализации оптимизационных моделей; зависимость результатов оптимизации от начальных значений неизвестных переменных; отсутствие использования характеристик стеновой конструкции в части неизвестных переменных; линейный характер взаимосвязи между неизвестными переменными и расчетными характеристиками моделей, принимаемый ввиду наличия определенных допущений и потому снижающий практическую значимость соответствующих научных разработок.

На основе результатов обзора и анализа научных разработок в области обоснования характеристик многослойных стеновых конструкций был сделан вывод о том, что существующие инструментальные средства не обеспечивают определение характеристик многослойной стеновой конструкции на основе критерия средневзвешенной (по толщине слоев) температуры конструкции при ограничении по требуемому термическому сопротивлению стеновой конструкции. Данное обстоятельство определило целесообразность разработки оптимизационной модели обоснования характеристик многослойной стеновой конструкции на основе квадратичного программирования. Подробное описание модели представлено в следующем разделе работы.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Разработанная на промежуточных этапах исследования оптимизационная модель базируется на следующих основных положениях:

1. Объектом рассмотрения является внешняя (разделяющая внешнюю среду и внутримодовое пространство) стеновая конструкция в составе объекта жилищного строительства, создаваемая посредством сопряжения некоторого количества конструктивных слоев из различных материалов (см. рисунок 1).

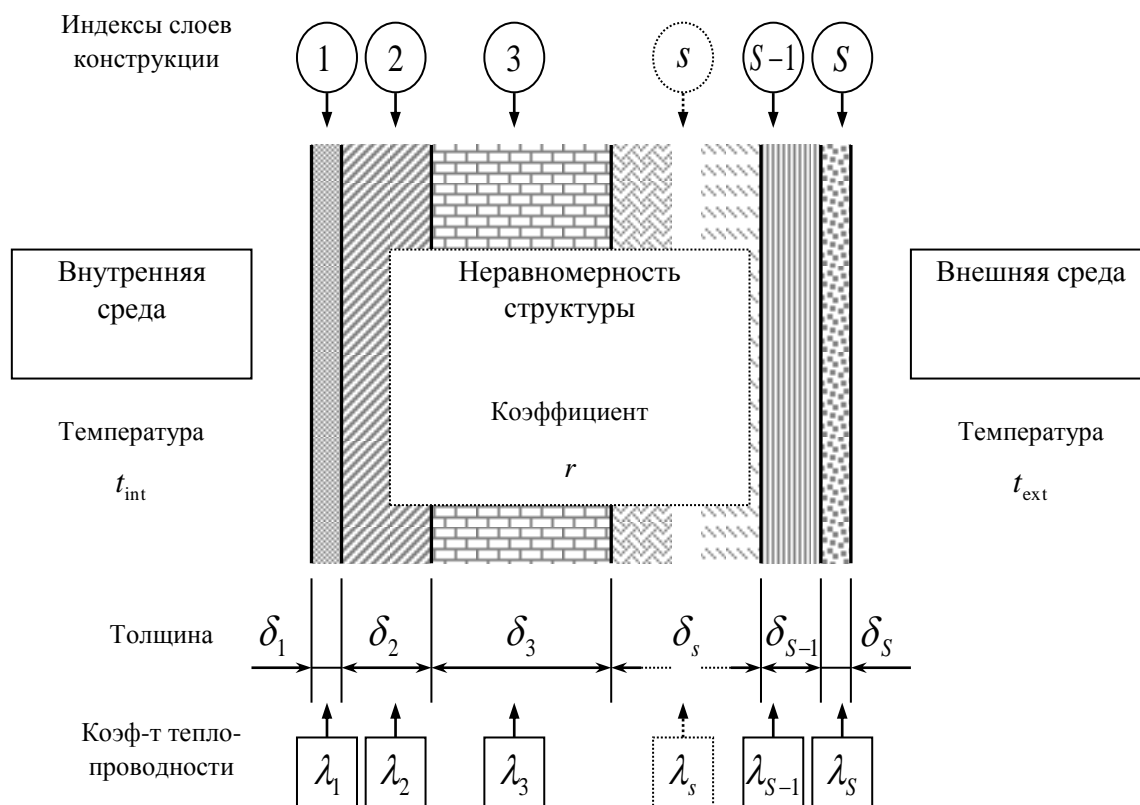


Рис. 1. Схематическое описание рассматриваемой стеновой конструкции
Fig. 1. Schematic description of the considered wall structure

2. Стеновая конструкция предназначена в том числе для обеспечения вкпе с другими структурными элементами проектных значений теплотехнических показателей, поэтому суммарное термическое сопротивление слоев конструкции должно соответствовать некоторому значению, определяемому нормативными требованиями энергетической эффективности к объекту жилищного строительства.

3. Структура стеновой конструкции является инвариантной (постоянной) с точки зрения теплофизических характеристик материалов слоев и последовательности их расположения друг относительно друга.

4. Каждый отдельный слой определяется значением теплопроводности материала, из которого упомянутый слой изготавливается, а также предельно допустимыми значениями толщины, определяемыми как вариативностью строительных

материалов, так и технологией создания внешних многослойных стеновых конструкций в составе объектов жилищного строительства.

5. Необходимо определить оптимальную толщину слоев стеновой конструкции, при которой обеспечивается максимальное значение средневзвешенной (по толщине слоев) температуры стеновой конструкции при условии, что суммарная толщина слоев конструкции будет соответствовать заданному значению, а суммарное термическое сопротивление слоев – значению, определяемому нормативными требованиями в области обеспечения энергоэффективности объектов жилищного строительства.

Исходные данные и неизвестные переменные оптимизационной модели представлены в табл. 1.

Таблица 1. Исходные данные и неизвестные переменные оптимизационной модели
Table 1. Initial data and unknown variables of the optimization model

№ п.п.	Наименование элемента исходных данных	Ед. изм.	Обозначение/выражение
1	Исходные данные		
1.1	Параметры структуры исходных данных		
1.1.1	Общее количество слоев стеновой конструкции	ед.	S
1.2	Индексы		
1.2.1	Индекс слоя стеновой конструкции ⁽¹⁾	-	$s = 1, 2, \dots, S$
1.3	Общие исходные данные		
1.3.1	Термическое сопротивление на внутренней поверхности слоя стеновой конструкции ⁽²⁾	$\text{м}^2 \cdot \text{°C} / \text{Вт}$	R_{int}
1.3.2	Термическое сопротивление на внешней поверхности слоя стеновой конструкции ⁽³⁾	$\text{м}^2 \cdot \text{°C} / \text{Вт}$	R_{ext}
1.3.3	Требуемое значение толщины стеновой конструкции	м	δ_{req}
1.3.4	Требуемое значение термического сопротивления стеновой конструкции	$\text{м}^2 \cdot \text{°C} / \text{Вт}$	R_{req}
1.3.5	Температура внутренней среды	°C	t_{int}
1.3.6	Температура внешней среды	°C	t_{ext}
1.3.7	Коэффициент, учитывающий неравномерность материала стеновой конструкции	-	r
1.4	Исходные данные, задаваемые для каждого отдельного слоя s ($s = 1, 2, \dots, S$) стеновой конструкции		
1.4.1	Наименование материала слоя	-	-
1.4.2	Коэффициент теплопроводности	$\text{Вт} / (\text{м} \cdot \text{°C})$	λ_s
1.4.3	Минимальная толщина слоя	м	δ_s^{min}
1.4.4	Максимальная толщина слоя	м	δ_s^{max}
2	Неизвестные переменные, учитываемые для каждого отдельного слоя s ($s = 1, 2, \dots, S$) стеновой конструкции		
2.1	Фактическая толщина слоя	м	δ_s

Примечание:

⁽¹⁾ возрастание значений индекса соответствует направлению устройства слоев от внутренней среды стеновой конструкции к внешней среде;

⁽²⁾ значение элемента исходных данных может быть определено с использованием формулы

$$R_{\text{int}} = \frac{1}{\alpha_{\text{int}}},$$

где α_{int} – коэффициент теплопередачи внутренней стеновой конструкции, назначаемый с использованием СНиП 23-02-2003 «Тепловая защита зданий»;

⁽³⁾ значение элемента исходных данных может быть определено с использованием формулы

$$R_{\text{ext}} = \frac{1}{\alpha_{\text{ext}}},$$

где α_{ext} – коэффициент теплопередачи наружной поверхности стеновой конструкции, назначаемый с учетом рекомендаций пособия Малявиной Е.Г. «Теплопотери здания: справочное пособие».

Расчетные характеристики оптимизационной модели представлены в таблице 2.

Таблица 2. Расчетные характеристики оптимизационной модели
Table 2. Calculated characteristics of the optimization model

№ п.п.	Наименование расчетной характеристики	Ед. изм.	Выражение
1	Расчетные характеристики, вычисляемые для каждого отдельного слоя s ($s = 1, 2, \dots, S$) стеновой конструкции		
1.1	Термическое сопротивление на внутренней поверхности	$\text{м}^2 \cdot \text{°C}/\text{Вт}$	$R_{\text{int}s} = \begin{cases} R_{\text{int}}, s = 1; \\ R_{\text{int}} + \sum_{s'=1}^{s-1} \frac{\delta_{s'}}{\lambda_{s'}}, \text{ в противном случае} \end{cases}$
1.2	Термическое сопротивление на наружной поверхности	$\text{м}^2 \cdot \text{°C}/\text{Вт}$	$R_{\text{ext}s} = R_{\text{int}s} + \frac{\delta_s}{\lambda_s} = R_{\text{int}} + \sum_{s'=1}^s \frac{\delta_{s'}}{\lambda_{s'}}$
1.3	Среднее значение термического сопротивления в слое	$\text{м}^2 \cdot \text{°C}/\text{Вт}$	$R_s = \frac{R_{\text{int}s} + R_{\text{ext}s}}{2} = R_{\text{int}} + \sum_{s'=1}^{s-1} \frac{\delta_{s'}}{\lambda_{s'}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\delta_s}{\lambda_s}$
2	Агрегированные расчетные характеристики		
2.1	Фактическое значение толщины стеновой конструкции	м	$\delta = \sum_{s=1}^S \delta_s$
2.2	Фактическое значение термического сопротивления стеновой конструкции	$\text{м}^2 \cdot \text{°C}/\text{Вт}$	$R = R_{\text{ext}s=S} + R_{\text{ext}} = R_{\text{int}} + \sum_{s=1}^S \frac{\delta_s}{\lambda_s} + R_{\text{ext}}$
2.3	Интегральный показатель термического сопротивления	$\text{м}^3 \cdot \text{°C}/\text{Вт}$	$\Theta = \sum_{s=1}^S R_s \cdot \delta_s = \sum_{s=1}^S \left(R_{\text{int}} + \sum_{s'=1}^{s-1} \frac{\delta_{s'}}{\lambda_{s'}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\delta_s}{\lambda_s} \right) \cdot \delta_s$
2.3	Средневзвешенное (по толщине слоев) значение температуры стеновой конструкции	°C	$\bar{t} = t_{\text{int}} - \frac{t_{\text{int}} - t_{\text{ext}}}{R} \cdot r \cdot \frac{\Theta}{\delta} = t_{\text{int}} - \frac{\sum_{s=1}^S \left(R_{\text{int}} + \sum_{s'=1}^{s-1} \frac{\delta_{s'}}{\lambda_{s'}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\delta_s}{\lambda_s} \right) \cdot \delta_s}{R_{\text{int}} + \sum_{s=1}^S \frac{\delta_s}{\lambda_s} + R_{\text{ext}}} \cdot r \cdot \frac{\sum_{s=1}^S \delta_s}{\sum_{s=1}^S \delta_s}$

Структура оптимизационной модели определяется следующими выражениями:

- в обобщенной форме записи:

$$\begin{cases} \bar{t}(\{\delta_s\}) \rightarrow \max; & (1) \\ \delta_s^{\min} \leq \delta_s \leq \delta_s^{\max}, s = 1, 2, \dots, S; & (2) \\ \delta(\{\delta_s\}) = \delta_{\text{req}}; & (3) \\ R(\{\delta_s\}) = R_{\text{req}}; & (4) \end{cases}$$

- в развернутой форме записи

$$t_{\text{int}} - \frac{t_{\text{int}} - t_{\text{ext}}}{R_{\text{int}} + \sum_{s=1}^S \frac{\delta_s}{\lambda_s} + R_{\text{ext}}} \cdot r \cdot \frac{\sum_{s=1}^S \left(R_{\text{int}} + \sum_{s'=1}^{s-1} \frac{\delta_{s'}}{\lambda_{s'}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\delta_s}{\lambda_s} \right) \cdot \delta_s}{\sum_{s=1}^S \delta_s} \rightarrow \max; \quad (5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta_s^{\min} \leq \delta_s \leq \delta_s^{\max}, s = 1, 2, \dots, S; \\ \sum_{s=1}^S \delta_s = \delta_{\text{req}}; \\ R_{\text{int}} + \sum_{s=1}^S \frac{\delta_s}{\lambda_s} + R_{\text{ext}} = R_{\text{req}}; \end{array} \right. \quad (6)$$

$$\quad \quad \quad (7)$$

$$\quad \quad \quad (8)$$

Описание структурных элементов модели представлено в таблице 3.

Таблица 3. Описание структурных элементов оптимизационной модели
Table 3. Description of the structural elements of the optimization model

Порядковый номер выражения оптимизационной модели		Описание
в обобщенной форме записи	в развернутой форме записи	
1	5	Целевая функция – средневзвешенное (по толщине слоев) значение температуры стеновой конструкции – максимизируется
2	6	Прямые ограничения, определяющие соответствие значений неизвестных переменных (толщин слоев конструкции) диапазонам допустимых значений
3	7	Непрямое ограничение, определяющее соответствие фактического значения толщины стеновой конструкции заданному значению
4	8	Непрямое ограничение, определяющее соответствие фактического значения термического сопротивления стеновой конструкции заданному значению

Как видно из вышепредставленных выражений, оптимизационная модель является нелинейной относительно неизвестных переменных, что определяет целесообразность применения соответствующих вычислительных алгоритмов, общим недостатком большинства из которых является зависимость результатов реализации модели от начальных значений неизвестных переменных [26]. Тем не менее, представленная выше математическая структура может быть приведена к специфическому виду моделей, процесс реализации которых не имеет вышеупомянутых недостатков.

Поскольку выражение (6) для целевой функции оптимизационной модели представляет собой разность двух элементов, первый из которых – температура внутренней среды t_{int} – не зависит от неизвестных переменных, вышеупомянутое выражение отождествляется с условием минимизации разности между значением температуры внутренней среды и средневзвешенное (по толщине слоев) значение температуры стеновой конструкции:

$$\frac{t_{\text{int}} - t_{\text{ext}}}{R_{\text{int}} + \sum_{s=1}^S \frac{\delta_s}{\lambda_s} + R_{\text{ext}}} \cdot r \cdot \frac{\sum_{s=1}^S \left(R_{\text{int}} + \sum_{s'=1}^{s-1} \frac{\delta_{s'}}{\lambda_{s'}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\delta_s}{\lambda_s} \right) \cdot \delta_s}{\sum_{s=1}^S \delta_s} \rightarrow \min; \quad (9)$$

Ввиду того, что значения знаменателей компонент произведения, указанного в выражении (9), должны соответствовать фиксированным значениям в соответствии с ограничениями модели – выражениями (7) и (8), условие (9) может быть преобразовано в выражение вида

$$\sum_{s=1}^S \left(R_{\text{int}} + \sum_{s'=1}^{s-1} \frac{\delta_{s'}}{\lambda_{s'}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\delta_s}{\lambda_s} \right) \cdot \delta_s = \frac{1}{2} \cdot \sum_{s=1}^S \frac{\delta_s^2}{\lambda_s} + \sum_{s=1}^S \sum_{s'=1}^{s-1} \frac{\delta_s \cdot \delta_{s'}}{\lambda_s} + R_{\text{int}} \cdot \sum_{s=1}^S \delta_s \rightarrow \min; \quad (10)$$

При этом параметрическая форма записи выражения (10) будет иметь вид

$$\eta_{11} \cdot \delta_{s=1}^2 + \eta_{21} \cdot \delta_{s=2} \cdot \delta_{s=1} + \eta_{31} \cdot \delta_{s=3} \cdot \delta_{s=1} + \dots + \eta_{S1} \cdot \delta_{s=S} \cdot \delta_{s=1} + \eta_{22} \cdot \delta_{s=2}^2 + \eta_{32} \cdot \delta_{s=3} \cdot \delta_{s=2} + \dots + \eta_{S2} \cdot \delta_{s=S} \cdot \delta_{s=2} + \dots + \eta_{SS} \cdot \delta_{s=S}^2 + \eta_1 \cdot \delta_{s=1} + \eta_2 \cdot \delta_{s=2} + \dots + \eta_S \cdot \delta_{s=S} \rightarrow \min. \quad (11)$$

Описание компонент выражения (11), а также их взаимосвязей с элементами разработанной оптимизационной модели, указанными в таблицах 1 и 2, представлено в таблице 4.

Важно отметить, что выражение (10) совместно с выражениями (6)–(8) образует модель квадратичного программирования как разновидность моделей нелинейной оптимизации, для реализации которых используются вычислительные алгоритмы, обеспечивающие определение оптимального решения независимо от начальных значений неизвестных переменных,

доступные в современных средах оптимизационного моделирования.

Для реализации модифицированной оптимизационной модели, определяемой выражениями (10), (6)–(8) было предложено использовать метод внутренней точки как наиболее распространенный алгоритм, предназначенный для решения задач квадратичного программирования, доступный в программе «Matlab». Постановка задачи квадратичной оптимизации определяется выражениями вида

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot x^T \cdot H \cdot x + f^T \cdot x \rightarrow \min; \end{array} \right. \quad (12)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A \cdot x \leq b; \end{array} \right. \quad (13)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A^{\text{eq}} \cdot x \leq b^{\text{eq}}; \end{array} \right. \quad (14)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} lb \leq x \leq ub. \end{array} \right. \quad (15)$$

Описание компонент выражений (12)–(15), а также их взаимосвязей с элементами разработанной оптимизационной модели, указанными в таблицах 1 и 2, представлено в таблице 4.

Таблица 4. Компоненты математического описания постановки задачи квадратичного программирования
Table 4. Components of the mathematical description for the quadratic programming problem's statement

№ п.п.	Наименование компонента математического описания	Ед. изм.	Выражение
1	Компоненты параметрической формы записи преобразованного выражения для целевой функции оптимизационной модели (выражение (11))		
1.1	Коэффициент пропорциональности значения интегрального показателя термического сопротивления стеновой конструкции значению произведения толщин слоев s ($s = 1, 2, \dots, S$) и s' ($s' = 1, 2, \dots, s - 1$)	м·°C/Вт	$\eta_{ss'} = \frac{1}{\lambda_s}$
1.2	Коэффициент пропорциональности значения интегрального показателя термического сопротивления стеновой конструкции значению произведения толщин слоев s ($s = 1, 2, \dots, S$)	м ² ·°C/Вт	$\eta_s = R_{\text{int}}$
2	Компоненты математического описания постановки задачи квадратичного программирования (выражения (12)–(15))		
2.1	Агрегированные компоненты		
2.1.1	Матричный гессиан – квадратная симметричная матрица коэффициентов пропорциональности значения целевой функции значениям попарных произведений неизвестных переменных	-	$H = \{h_{ss'}\}$

№ п.п.	Наименование компонента математического описания	Ед. изм.	Выражение
2.1.2	Вектор коэффициентов пропорциональности значения целевой функции значениям неизвестных переменных	-	$f = \{f_s\}$
2.1.3	Вектор неизвестных переменных	-	$x = \{x_s\}$
2.1.4	Матрица коэффициентов не прямых линейных ограничений типа «меньше или равно»	-	$A = \{A_{is}\}$
2.1.5	Вектор коэффициентов правых частей не прямых линейных ограничений типа «равно»	-	$b = \{b_i\}$
2.1.6	Матрица коэффициентов не прямых линейных ограничений типа «равно»	-	$A^{eq} = \{A_{i's}^{eq}\}$
2.1.7	Вектор коэффициентов правых частей не прямых линейных ограничений типа «меньше или равно»	-	$b^{eq} = \{b_{i'}^{eq}\}$
2.1.8	Вектор нижних границ неизвестных переменных	-	$lb = \{lb_s\}$
2.1.9	Вектор верхних границ неизвестных переменных	-	$ub = \{ub_s\}$
2.2	Элементарные компоненты		
2.2.1	Элемент матричного гессиана, соответствующий строке s ($s = 1, 2, \dots, S$) и столбцу s' ($s' = 1, 2, \dots, S$) ⁽¹⁾	м·°C/Вт	$h_{ss'} = \begin{cases} \frac{1}{\lambda_s}, & s \leq s' \\ \frac{1}{\lambda_{s'}}, & \text{в противном случае} \end{cases}$
2.2.2	Элемент вектор коэффициентов пропорциональности значения целевой функции значениям неизвестных переменных, соответствующий индексу s ($s = 1, 2, \dots, S$) ⁽²⁾	м ² ·°C/Вт	$h_s = R_{int}$
2.2.3	Элемент вектора неизвестных переменных, соответствующий индексу s ($s = 1, 2, \dots, S$) ⁽³⁾	м	$x_s = \delta_s$
2.2.4	Элемент матрицы коэффициентов не прямых линейных ограничений типа «меньше или равно», соответствующий ограничению с индексом i и переменной с индексом s ($s = 1, 2, \dots, S$) ⁽³⁾	-	$A_{is} = \mathbf{null}$
2.2.5	Элемент вектора коэффициентов правых частей не прямых линейных ограничений типа «меньше или равно», соответствующий ограничению с индексом i	-	$b_i = \mathbf{null}$
2.2.6	Элемент матрицы коэффициентов не прямых линейных ограничений типа «равно», соответствующий ограничению с индексом i' ($i' = 1, 2$) и переменной с индексом s ($s = 1, 2, \dots, S$) ⁽⁴⁾	разн. ⁽⁵⁾	$A_{i's}^{req} = \begin{cases} 1, & i' = 1; \\ \frac{1}{\lambda_s}, & i' = 2 \end{cases}$
2.2.7	Элемент вектора коэффициентов правых частей не прямых линейных ограничений типа «равно», соответствующий ограничению с индексом i' ($i' = 1, 2$) ⁽⁴⁾	разн. ⁽⁵⁾	$b_{i'}^{req} = \begin{cases} \delta_{req}, & i' = 1; \\ R_{req} - R_{int} - R_{ext}, & i' = 2 \end{cases}$
2.2.8	Элемент вектора нижних границ неизвестных переменных, соответствующий индексу s ($s = 1, 2, \dots, S$)	м	$lb_s = \delta_s^{\min}$

№ п.п.	Наименование компонента математического описания	Ед. изм.	Выражение
2.2.9	Элемент вектора верхних границ неизвестных переменных, соответствующий индексу s ($s = 1, 2, \dots, S$)	м	$ub_s = \delta_s^{\max}$

Примечание:

- (1) взаимосвязь значения компонента со значением элемента, указанного в п. 1.1 таблицы, определяется выражением

$$\eta_{ss'} = \begin{cases} \frac{h_{ss'}}{2}, & s = s'; \\ \frac{h_{ss'} + h_{s's}}{2}, & \text{в противном случае;} \end{cases}$$

- (2) взаимосвязь значения компонента со значением элемента, указанного в п. 1.2 таблицы, определяется выражением

$$\eta_{ss'} = h_{ss'};$$

- (3) поскольку непрямые ограничения модифицированной оптимизационной модели (выражения (6)–(8)) представляют собой равенства, элементу не ставится в соответствие какое-либо значение (в выражениях используется обозначение **null**); иными словами, элемент отсутствует;
- (4) выражение для компонента соответствует ситуации, когда выражение (7) оптимизационной модели соответствует непрямому ограничению с индексом $i' = 1$, а выражение (8) – непрямому ограничению с индексом $i' = 2$;
- (5) компонент имеет различные единицы измерения в зависимости от индекса непрямого ограничения: при $i' = 1$ единица измерения – м; при $i' = 2$ единица измерения – $\text{м}^2 \cdot \text{°C}/\text{Вт}$.

Таким образом, разработанная оптимизационная модель может быть эффективно реализована с использованием современных вычислительных алгоритмов решения задач квадратичного программирования. Тем не менее, для объективной оценки практической значимости модели в рамках следующего этапа исследования была произведена реализация модели на практическом примере. Более подробная информация представлена в рамках следующего раздела работы.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ АНАЛИЗ

На заключительных этапах исследования для объективной оценки практической значимости разработанной оптимальной модели была произведена ее реализация на практическом примере – для обоснования оптимальных значений толщины слоев (по направлению от внутренней среды здания к внешней: штукатурка; керамический полнотелый кирпич; теплоизоляционный материал; цементно-песчаный раствор; керамическая плитка) в составе внешней стеновой конструкции в рамках объекта жилищного строительства.

Для задания значений исходных данных, вычисления компонент математического описания задачи квадратичной оптимизации, а также фиксации оптимальных значений неизвестных переменных и вычисления на их основе расчетных характеристик использовалась программа «Microsoft Excel». Общий вид рабочего листа

(содержащего в том числе базовые значения исходных данных для решения задачи и результаты реализации оптимизационной модели), а также принципы заполнения соответствующих ячеек представлены соответственно на рисунке 2 и в таблице 5. Для реализации модели с использованием метода внутренней точки использовалась программа «Matlab R2014a». Общий вид алгоритма программы «Matlab R2014a» для импорта/экспорта данных из файла «Microsoft Excel» с последующей реализацией метода внутренней точки для решения задач квадратичного программирования на рисунке 3. Результаты, получаемые на различных итерациях метода и отображаемые в процессе реализации вышеупомянутого алгоритма в программе «Matlab», представлены на рисунке 4.

После успешной реализации оптимизационной модели на основе базовых значений исходных данных был также выполнен анализ чувствительности значений отдельных элементов модели по отношению к значению коэффициента теплопроводности слоя, соответствующего теплоизоляционному материалу. При этом производилось варьирование указанного коэффициента с фиксированным шагом от минимально возможного значения, определяемого существующими экземплярами (вариантами) теплоизоляционного материала, до максимально допустимого значения, определяемого невозможностью нахождения оптимального

решения для более высоких значений коэффициента (при заданных минимально и максимально допустимых толщинах слоев конструкции, а также коэффициентах теплопроводности всех материалов за исключением теплоизоляционного). В качестве анализируемых элементов модели рассматривались следующие:

- значение целевой функции исходной модели – средневзвешенного (по толщине слоев) значения

температуры стеновой конструкции, соответствующее оптимальному решению;

- оптимальные значения толщин первых трех – по направлению от внутренней среды стеновой конструкции к внешней – слоев как наиболее чувствительные к изменениям варьируемого параметра (оптимальные значения остальных слоев стеновой конструкции не претерпевали каких-либо изменений).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Таблица 1. Общие исходные данные														
2	№ п.п.	Наименование параметра								Обозн.	Ед. изм.	Значение			
3	1	Общее количество слоев стеновой конструкции								S	ед.	5			
4	2	Термическое сопротивление на внутренней поверхности слоя стеновой конструкции								R_{int}	$м^2 \cdot ^\circ C / Вт$	0,115			
5	3	Термическое сопротивление на внешней поверхности слоя стеновой конструкции								R_{ext}	$м^2 \cdot ^\circ C / Вт$	0,043			
6	4	Требуемое значение толщины стеновой конструкции								δ_{req}	м	0,63			
7	5	Требуемое значение термического сопротивления стеновой конструкции								R_{req}	$м^2 \cdot ^\circ C / Вт$	3,08			
8	6	Температура внутренней среды								t_{int}	$^\circ C$	20			
9	7	Температура внешней среды								t_{ext}	$^\circ C$	-26			
10	8	Коэффициент, учитывающий неравномерность материала стеновой конструкции								r	-	1			
11															
12	Таблица 2. Исходные данные, неизвестные переменные и расчетные характеристики элементов стеновой конструкции														
13	Порядковый номер слоя	Наименование материала	Кэф-т теплопроводности	Толщина слоя			Термическое сопротивление								
14				мини-мальная	макси-мальная	факти-ческая	на внутр. поверх-ности	наружн. поверх-ности	среднее в слое						
15				δ_{min}	δ_{max}	δ_f	$R_{int,s}$	$R_{ext,s}$	R_s						
16			Вт/(м $^\circ C$)	м	м	м	$м^2 \cdot ^\circ C / Вт$	$м^2 \cdot ^\circ C / Вт$	$м^2 \cdot ^\circ C / Вт$						
17	s	-	-												
18	-	-	-												
19	1	Гипсовая штукатурка	0,3	0,001	0,01	0,0010001	0,115	0,118	0,117						
20	2	Керамический полнотельный кирпич	0,72	0,3	0,8	0,5271784	0,118	0,850	0,484						
21	3	Теплоизоляционный материал	0,04	0,01	0,11	0,0868216	0,850	3,021	1,936						
22	4	Цементно-песчаный раствор	0,93	0,01	0,05	0,01	3,021	3,032	3,026						
23	5	Керамическая плитка	1,05	0,005	0,015	0,005	3,032	3,037	3,034						
24															
25	Таблица 3. Агрегированные расчетные характеристики														
26	№ п.п.	Наименование параметра								Обозн.	Ед. изм.	Значение			
27	1	Фактическое значение толщины стеновой конструкции								δ	м	0,63			
28	2	Фактическое значение термического сопротивления стеновой конструкции								R	$м^2 \cdot ^\circ C / Вт$	3,08			
29	3	Интегральный показатель термического сопротивления стеновой конструкции								Θ	$м^3 \cdot ^\circ C / Вт$	0,4690			
30	4	Средневзвешенное (по толщине слоев) значение температуры стеновой конструкции								\bar{t}	$^\circ C$	8,8825			
31															
32	Таблица 4. Характеристики целевой функции														
33	Порядковый номер слоя	Коэффициент пропорциональности интегрального показателя термического сопротивления стеновой конструкции					толщине текущего слоя								
34		произведению толщины текущего слоя и слоя s' (для элементов главной диагонали значение удваивается)													
35		1	2	3	4	5									
36															
37	s	$H_{ss'=1}$	$H_{ss'=2}$	$H_{ss'=3}$	$H_{ss'=4}$	$H_{ss'=5}$	$f_{T,s}$								
38	-	$м^2 \cdot ^\circ C / Вт$	$м^2 \cdot ^\circ C / Вт$	$м^2 \cdot ^\circ C / Вт$	$м^2 \cdot ^\circ C / Вт$	$м^2 \cdot ^\circ C / Вт$	$м^2 \cdot ^\circ C / Вт$								
39	1	3,333	3,333	3,333	3,333	3,333	0,115								
40	2	3,333	1,389	1,389	1,389	1,389	0,115								
41	3	3,333	1,389	25	25	25	0,115								
42	4	3,333	1,389	25	1,075	1,075	0,115								
43	5	3,333	1,389	25	1,075	0,952	0,115								
44															
32	Таблица 5. Характеристики не прямых ограничений-равенств														
33	Порядк. номер ограничения-равенства	Коэффициент системы матрицы ограничений- равенств, соответствующий неизвестной переменной - толщине слоя s					Правая часть системы ограничений								
34		1	2	3	4	5									
35															
36	i'	$A_{i',s=1}^{eq}$	$A_{i',s=2}^{eq}$	$A_{i',s=3}^{eq}$	$A_{i',s=4}^{eq}$	$A_{i',s=5}^{eq}$	$b_{i'}^{eq}$								
37	-	$м^2 \cdot ^\circ C / Вт$	$м^2 \cdot ^\circ C / Вт$	$м^2 \cdot ^\circ C / Вт$	$м^2 \cdot ^\circ C / Вт$	$м^2 \cdot ^\circ C / Вт$	$м^2 \cdot ^\circ C / Вт$								
38	1	1	1	1	1	1	0,63								
39	2	3,333	1,389	25	1,075	0,952	2,922								
40															

Рис. 2. Общий вид рабочего листа (название «Calc_sheet») книги «Microsoft Excel» (название файла «Excel_file.xlsx»), используемого в процессе реализации модели на практическом примере

Fig. 2. General view of the worksheet (name is “Calc_sheet”) book “Microsoft Excel” (file name is “Excel_file.xlsx”) used during the process of the model’s implementation on a practical example

Таблица 5. Принципы заполнения ячеек рабочего листа книги «Microsoft Excel», используемого в процессе реализации модели на практическом примере

Table 5. Principles of filling out of the cells located in the worksheet of the “Microsoft Excel” workbook which has been used during the process of the model’s implementation on a practical example

Адреса ячеек рабочего листа ⁽¹⁾	Содержимое / формула	Структурный элемент математического описания
Таблица 1		
L3	значение элемента исходных данных	таблица 1, п. 1.1.1
L4	значение элемента исходных данных	таблица 1, п. 1.3.1
L5	значение элемента исходных данных	таблица 1, п. 1.3.2
L6	значение элемента исходных данных	таблица 1, п. 1.3.3

Адреса ячеек рабочего листа ⁽¹⁾	Содержимое / формула	Структурный элемент математического описания
L7	значение элемента исходных данных	таблица 1, п. 1.3.4
L8	значение элемента исходных данных	таблица 1, п. 1.3.5
L9	значение элемента исходных данных	таблица 1, п. 1.3.6
L10	значение элемента исходных данных	таблица 1, п. 1.3.7
Таблица 2		
A19:A23	значения элементов исходных данных	таблица 1, п. 1.2.1
B19:F23	значения элементов исходных данных	таблица 1, п. 1.4.1
G19:G23	значения элементов исходных данных	таблица 1, п. 1.4.2
H19:H23	значения элементов исходных данных	таблица 1, п. 1.4.3
I19:I23	значения элементов исходных данных	таблица 1, п. 1.4.4
J19:J23	значения неизвестных переменных	таблица 1, п. 2.1
K19:(K23)	=ЕСЛИ(A19=1;L4;L18)	таблица 2, п. 1.1
L19:(L23)	=K19+J19/G19	таблица 2, п. 1.2
M19:(M23)	=(K19+L19)/2	таблица 2, п. 1.3
Таблица 3		
L27	=СУММ(J19:J23)	таблица 2, п. 2.1
L28	=L4+СУММПРОИЗВ(J19:J23;1/G19:G23)+L5	таблица 2, п. 2.2
L29	=СУММПРОИЗВ(M19:M23;J19:J23)	таблица 2, п. 2.3
L30	=L8-(L8-L9)/L28*L10*L29/L27	таблица 2, п. 2.4
Таблица 4		
A40:(A44)	=A19	-
B40:(F44)	=ЕСЛИ(\$A40<=B\$37;1/СМЕЩ(\$G\$18;\$A40;;;); 1/СМЕЩ(\$G\$18;B\$37;;;))	таблица 4, п. 2.2.1
G40:(G44)	=\$L\$4	таблица 4, п. 2.2.2
Таблица 5		
J40:(N40)	=1	таблица 4, п. 2.2.6, верхняя строка
O40	=L6	таблица 4, п. 2.2.7, верхняя строка
J41:(N41)	=1/СМЕЩ(\$G\$18;J37;;;)	таблица 4, п. 2.2.6, нижняя строка
O41	=L7-L4-L5	таблица 4, п. 2.2.7, нижняя строка

Примечание:

⁽¹⁾ абстрактное обозначение A1:(B10) означает, что в ячейку A1 необходимо ввести формулу, указанную в соответствующем столбце таблицы, после чего полученный результат «растянуть» (скопировать) до ячейки B10.

```

Instructions.m
1 - H=xlsread('Excel_file.xlsx','Calc_sheet','B40:F44');
2 - f=xlsread('Excel_file.xlsx','Calc_sheet','G40:G44');
3 - Aeq=xlsread('Excel_file.xlsx','Calc_sheet','J40:N41');
4 - beq=xlsread('Excel_file.xlsx','Calc_sheet','O40:O41');
5 - lb=xlsread('Excel_file.xlsx','Calc_sheet','H19:H23');
6 - ub=xlsread('Excel_file.xlsx','Calc_sheet','I19:I23');
7 - options=optimoptions('quadprog','Algorithm','interior-point-convex','Display','iter');
8 - X=quadprog(H,f,[],[],Aeq,beq,lb,ub,[],options);
9 - xlswrite('Excel_file.xlsx',X,'Calc_sheet','J19:J23');
    
```

Рис. 3. Общий вид алгоритма программы «Matlab R2014a» (название файла «Instructions.m»), разработанного в процессе реализации модели на практическом примере

Fig. 3. General view of the algorithm which has been created with application of the program “Matlab R2014a” (file name is “Instructions.m”) during the process of the model’s implementation on a practical example

```

>> Instructions

      Iter      f(x)      Feasibility      First-order      Total relative
      0      5.310182e-01      4.337e-01      1.510e+01      1.728e+01
      1      2.127980e-01      8.203e-02      1.246e+00      1.812e+00
      2      4.454835e-01      1.086e-02      2.029e-01      3.267e-01
      3      4.739884e-01      1.110e-16      3.792e-04      1.706e-02
      4      4.691925e-01      4.441e-16      1.244e-05      4.716e-04
      5      4.689655e-01      1.110e-16      6.223e-09      2.360e-07

Minimum found that satisfies the constraints.

Optimization completed because the objective function is non-decreasing in
feasible directions, to within the default value of the function tolerance,
and constraints are satisfied to within the default value of the constraint tolerance.

<stopping criteria details>

fx >>

```

Рис. 4. Результаты, получаемые на различных итерациях метода внутренней точки и отображаемые в процессе реализации пользовательского алгоритма в программе «Matlab»

Fig. 4. Results obtained at various iterations of the interior point method and displayed during the process of implementation of the custom algorithm in the “Matlab” software

На основе результатов выполнения процедуры анализа чувствительности, приведенных на рисунке 5, были сделаны следующие выводы:

- при увеличении коэффициента теплопроводности теплоизоляционного материала в составе стеновой конструкции изменение оптимальных значений характеристик соответствующего конструктивного решения происходит, как правило, в части параметров толщины двух слоев конструкции (см. рисунок 5,а); в большинстве случаев – слоя керамического полнотелого кирпича (равномерное уменьшение в пределах 4,7% относительно базового – максимального на графике – значения), а также толщины слоя теплоизоляционного материала (равномерное увеличение в пределах 26,7% относительно базового – минимального на графике – значения); важно отметить, что при максимальном значении коэффициента теплопроводности теплоизоляционного материала оптимальное значение его толщины достигает максимально возможного значения, и при этом изменение (в сравнении с результатами остальных экспериментов) претерпевает толщина слоя штукатурки (скачкообразное увеличение составляет 140,5% относительно базового – минимального на графике – значения); тем не менее, абсолютное значение увеличения минимально с учетом назначения слоя конструкции;

- убывающая зависимость средневзвешенного (по толщине слоев) значения температуры стеновой конструкции, соответствующего оптимальному решению, от значения коэффициента теплопроводности теплоизоляционного материала близка к линейной (см. рисунок 5,б); более интенсивное уменьшение наблюдается при максимальном значении коэффициента теплопроводности теплоизоляционного материала,

при котором его оптимальная толщина достигает максимально допустимого значения, и для обеспечения заданного значения термического сопротивления конструкции изменениям подвергается толщина штукатурного слоя; уменьшение средневзвешенного (по толщине слоев) значения температуры стеновой конструкции, соответствующего оптимальному решению, на всем диапазоне увеличения коэффициента теплопроводности теплоизоляционного материала составило 6,8% относительно базового – максимального на графике – значения.

ВЫВОДЫ

Таким образом, полученные результаты выполненных оптимизационных экспериментов подтвердили высокую практическую значимость модели; в частности, выполнение серии оптимизационных экспериментов (в том числе в рамках процедуры анализа чувствительности) обеспечат определение характеристик стеновой конструкции в части значений толщин и коэффициентов теплопроводности слоев с учетом их дискретности, обусловленной наличием стандартных экземпляров материала.

Важно отметить, что при разработке оптимизационной модели использовалось допущение о несущественном влиянии характеристик конструктивного решения в области энергетической эффективности внешней многослойной стеновой конструкции в составе объекта жилищного строительства на соответствующие показатели экономической целесообразности и эффективности. Тем не менее, для обеспечения учета экономических характеристик конструктивного решения в структуру предложенной оптимизационной модели

целесообразно включить дополнительное непрямое ограничение вида

$$\sum_{s=1}^S c_s \cdot \delta_s \leq C^{\max}, \quad (16)$$

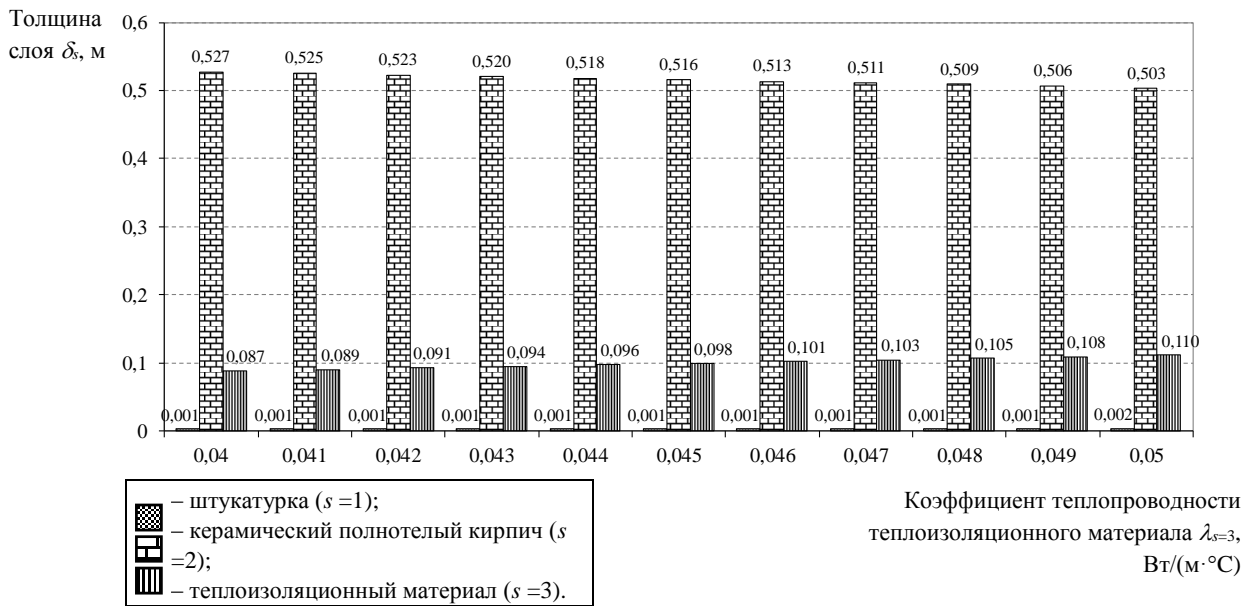
где c_s – удельная стоимость материала и монтажа для устройства слоя s ($s = 1, 2, \dots, S$) стеновой конструкции, руб./м³;

C^{\max} – максимально допустимое значение суммарной стоимости материалов и монтажа для

элементарной площади многослойной стеновой конструкции, руб./м².

Однако, следует подчеркнуть, что учет вышеописанного ограничения является достаточно трудоемким ввиду необходимости обоснования элементов исходных данных в составе выражения (15), имеющих стоимостной характер, на основе коммерческих предложений поставщиков строительных материалов, а также соответствующих нормативных сметных показателей процесса строительства.

а)



б)

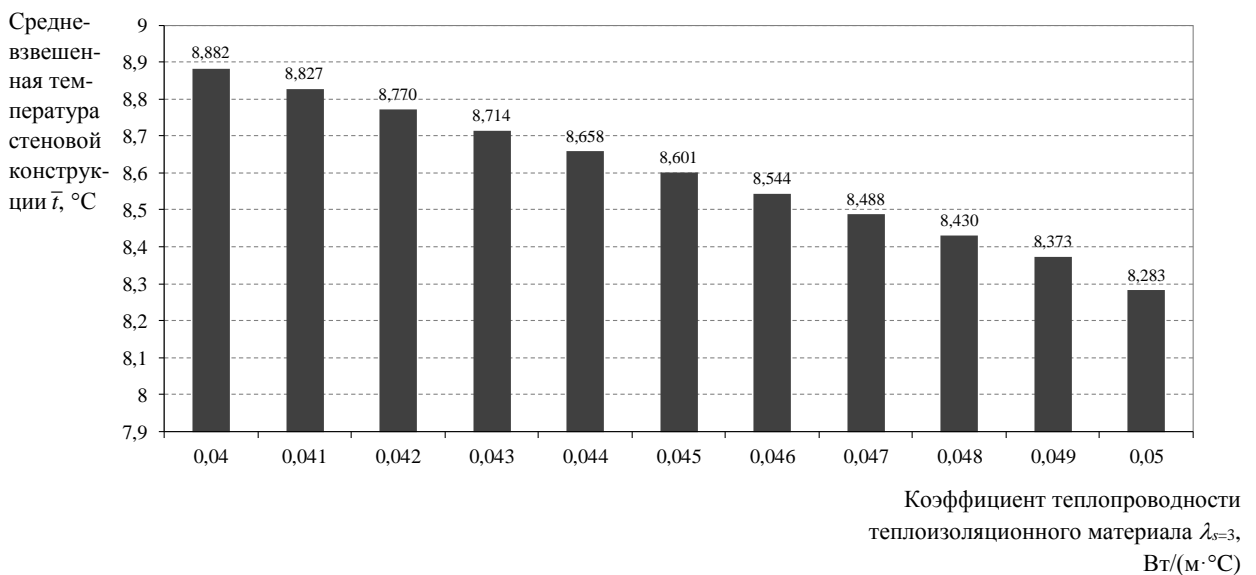


Рис. 5. Результаты анализа чувствительности отдельных элементов модели к значению коэффициента теплопроводности слоя, соответствующего теплоизоляционному материалу

Fig. 5. Results of the analysis of the sensitivity of the model's individual elements to the value of the thermal conductivity coefficient for the layer corresponding to the heat-insulating material

Таким образом, в рамках выполнения основных этапов исследования были получены следующие результаты:

1. Выполнен обзор и сравнительный анализ научных разработок в области обоснования характеристик многослойных стеновых конструкций; по результатам выполнения процедуры сделан вывод об ограниченности существующих инструментальных средств, не обеспечивающих определения характеристик стеновой конструкции на основе критерия средневзвешенной (по толщине слоев) температуры.

2. Разработана оптимизационная модели обоснования характеристик многослойной стеновой конструкции. Исходный вариант модели предполагал сложный характер зависимости значения целевой функции – средневзвешенной (по толщине слоев) температуры стеновой конструкции от значений неизвестных переменных – толщин слоев, что определило целесообразность модификации исходного варианта модели в части целевой функции для возможности реализации метода внутренней точки как наиболее распространенного алгоритма решения задач квадратичного программирования.

3. Разработанная оптимизационная модель была реализована на практическом примере для решения задачи обоснования толщины слоев в структуре внешней стеновой конструкции. На основе результатов выполнения процедуры сделан вывод о высокой практической значимости разработанного инструментального средства.

По результатам исследования были сделаны следующие выводы:

- отдельные категории задач обоснования характеристик внешних многослойных стеновых конструкций в составе объектов жилищного строительства могут быть эффективно решены посредством построения оптимизационных моделей, соответствующих задачам квадратичного программирования, и последующей реализацией моделей с использованием метода внутренней точки;

- оптимизационные модели, реализуемые с использованием метода внутренней точки как наиболее распространенного метода решения задач квадратичного программирования, в общем случае не учитывают дискретный характер отдельных неизвестных переменных – характеристик стеновой конструкции; тем не менее, дискретные значения указанных характеристик могут быть обоснованы по результатам выполнения серии оптимизационных экспериментов при варьировании значений определенных элементов исходных данных в рамках допустимых диапазонов.

На дальнейших этапах исследования предполагается модификация представленной в настоящей работе оптимизационной модели для обеспечения возможности учета критериев экономической целесообразности проектных решений по устройству стеновых конструкций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гагарин В.Г., Зубарев К.П. Математическое моделирование нестационарного влажностного режима ограждений с применением дискретно-континуального подхода // Вестник МГСУ. 2020. Т. 15. № 2. С. 244-256.

2. Гагарин В.Г., Зубарев К.П. Применение теории потенциала влажности к моделированию нестационарного влажностного режима ограждений // Вестник МГСУ. 2019. Т. 14. № 4 (127). С. 484-495.

3. Гагарин В.Г., Зубарев К.П., Козлов В.В. Определение зоны наибольшего увлажнения в стенах с фасадными теплоизоляционными композиционными системами с наружными штукатурными слоями // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2016. № 1 (54). С. 125-132.

4. Gagarin V., Akhmetov V., Zubarev K. Assessment of enclosing structure moisture regime using moisture potential theory // MATEC Web of Conferences. 2018. No. 03053. DOI: 10.1051/mateconf/201819303053.

5. Gagarin V., Akhmetov V., Zubarev K. Moisture behavior calculation of single-layer enclosing structure by means of discrete-continuous method // MATEC Web of Conferences. 2018. No. 03014. DOI: 10.1051/mateconf/201817003014.

6. Gagarin V.G., Akhmetov V.K., Zubarev K.P. Mathematical model using discrete-continuous approach for moisture transfer in enclosing construction // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2018. No. 022023. DOI: 10.1088/1757-899X/463/2/022023.

7. Данилов Н.Д., Шадрин В.Ю., Павлов Н.Н. Прогнозирование температурного режима угловых соединений наружных ограждающих конструкций // Промышленное и гражданское строительство. 2010. №4. С. 20–22.

8. Заборова Д.Д., Куколев М.И., Мусорина Т.А., Петриченко М.Р. Математическая модель энергетической эффективности слоистых строительных ограждений // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. 2016. № 4 (254). С. 28-33. DOI: 10.5862/JEST.254.3

9. Мусорина Т.А., Заборова Д.Д., Гамаюнова О.С., Петриченко М.Р. Термическое сопротивление однородного стенового ограждения // Проблемы газодинамики и тепломассообмена в энергетических установках: материалы XXII Школы-семинара молодых ученых и специалистов под руководством академика РАН А. И. Леонтьева. 2019. С. 209-211.

10. Панферов В.И., Милов А.Е. Вычисление средней температуры n-слойной стенки // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Строительство и архитектура. 2015. Т. 15. № 2. С. 59-61.

11. Стахов А.Е., Фролькис В.А., Кадокова С.Ю., Андреев А.А. Экономико-математический анализ тепловой защиты здания // Вестник гражданских

инженеров. 2019. № 4 (75). С. 107-112. DOI: 10.23968/1999-5571-2018-16-4-107-112.

12. Стаценко Е.А., Островая А.Ф., Мусорина Т.А., Куколев М.И., Петриченко М.Р. Простая модель теплоустойчивой ограждающей конструкции // Инженерно-строительный журнал. 2016. № 8 (68). С. 86-91. DOI: 10.5862/МСЕ.68.9.

13. Gamayunova O., Petrichenko M., Mottaeva A. Thermotechnical calculation of enclosing structures of a standard type residential building // Journal of Physics: Conference Series. International Scientific Conference Energy Management of Municipal Facilities and Sustainable Energy Technologies. 2020. No. 012066.

14. Гамаюнова О.С. Обоснование стоимости утеплителей от их теплофизических характеристик // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2019. № 1 (76). С. 19-29.

15. Gamayunova O.S., Radaev A.E., Petrichenko M.R. The procedure for determination of the dependence of the cost of insulation materials on their thermophysical characteristics // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 4th International Conference on Innovative Materials, Structures and Technologies, IMST 2019. 2019. No. 012018.

16. Гамаюнова О.С. Выбор оптимального варианта утепления жилых домов в различных климатических зонах // Строительство и техногенная безопасность. 2019. № 16 (68). С. 89-97.

17. Гамаюнова О.С. Модель и методика принятия рационального решения по обеспечению энергоэффективности домов старого фонда военных городков // Труды Военно-космической академии имени А.Ф.Можайского. 2019. № 669. С. 18-28.

18. Корнилов Т.А., Герасимов Г.Н. Наружные стены малоэтажных домов из легких стальных тонкостенных конструкций для условий Крайнего Севера // Жилищное строительство. 2016. № 7. С. 20-24.

19. Иванова В.Р., Жидко Е.А. Сравнение вариантов утеплителя для реконструкции жилого дома методом анализа иерархий // Информационные технологии в строительных, социальных и экономических системах. 2019. № 3-4 (17-18). С. 183-188.

20. Иванова И.Б., Романов М.А. Выбор проектного решения на основе системы показателей с использованием метода парных сравнений // Социально-экономическое управление: теория и практика. 2019. № 1 (36). С. 80-82.

21. Стахов А.Е., Андреев А.А. Экономическая оценка конструктивных решений тепловой защиты зданий // АВОК: Вентиляция, отопление, кондиционирование воздуха, теплоснабжение и строительная теплофизика. 2018. № 4. С. 42-47.

22. Петров П.В., Резанов Е.М., Ведрученко В.Р., Стариков А.П. Определение оптимальной толщины тепловой изоляции ограждающих конструкций зданий при капитальном ремонте // Омский научный вестник. 2015. № 3 (143). С. 254-258.

23. Karmellos M., Kiprakis A., Mavrotas G. A multi-objective approach for optimal prioritization of energy efficiency measures in buildings: Model, software and case studies // Applied Energy. 2015. No 139, pp. 131-150.

24. Алексейцев А.В. Поиск рациональных параметров строительных конструкций на основе многокритериальной эволюционной оптимизации // Промышленное и гражданское строительство. 2019. № 7. С. 18-22. DOI: 10.33622/0869-7019.2019.07.18-22

25. Wei Yu, Baizhan Li, Hongyuan Jia, Ming Zhang, Di Wang Application of multi-objective genetic algorithm to optimize energy efficiency and thermal comfort in building design // Energy and Buildings. 2015. No 88, pp. 135-143.

26. Gluhov V., Leventsov V., Radaev A., Nikolaevskiy N. Analytical modeling of development and implementation of telecommunication technologies // Internet of Things, Smart Spaces, and Next Generation Networks and Systems. 18th International Conference on Next Generation Wired/Wireless Networking (NEW2AN), and 11th Conference on Internet of Things and Smart Spaces (ruSMART). 2018. Pp. 428-440.

REFERENCES

1. Gagarin V.G., Zubarev K.P. Matematicheskoye modelirovaniye nestatsionarnogo vlazhnostnogo rezhima ograzhdeniy s primeneniym diskretno-kontinual'nogo podkhoda [Mathematical modeling of non-stationary moisture regime of fences using a discrete-continuous approach] // Vestnik MGSU [Bulletin of MGSU]. 2020. Vol. 15. No. 2. Pp. 244-256. (in Russian)

2. Gagarin V.G., Zubarev K.P. Primeneniye teorii potentsiala vlazhnosti k modelirovaniyu nestatsionarnogo vlazhnostnogo rezhima ograzhdeniy [Application of the theory of moisture potential to modeling the non-stationary moisture regime of enclosures] // Vestnik MGSU [Bulletin of MGSU]. 2019, Vol. 14, No. 4 (127), Pp. 484-495. (in Russian)

3. Gagarin V.G., Zubarev K.P., Kozlov V.V. Opredeleniye zony naibol'shego uvlazhneniya v stenakh s fasadnymi teploizolyatsionnymi kompozitsionnymi sistemami s naruzhnymi shtukaturnymi sloyami [Determination of the zone of the highest moisture content in walls with facade heat-insulating composite systems with external plaster layers] // Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta [Bulletin of the Tomsk State University of Architecture and Civil Engineering]. 2016, No. 1 (54), Pp. 125-132. (in Russian)

4. Gagarin V., Akhmetov V., Zubarev K. Assessment of enclosing structure moisture regime using moisture potential theory // MATEC Web of Conferences. 2018, No. 03053. DOI: 10.1051/mateconf/201819303053.

5. Gagarin V., Akhmetov V., Zubarev K. Moisture behavior calculation of single-layer enclosing structure by means of discrete-continuous method // MATEC

Web of Conferences. 2018, No. 03014. DOI: 10.1051/mateconf/201817003014.

6. Gagarin V.G., Akhmetov V.K., Zubarev K.P. Mathematical model using discrete-continuous approach for moisture transfer in enclosing construction // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2018, No. 022023. DOI: 10.1088/1757-899X/463/2/022023.

7. Danilov N.D., Shadrin V.Yu., Pavlov N.N. Prognozirovaniye temperaturnogo rezhima uglovykh soyedineniy naruzhnykh ograzhdayushchikh konstruktsey [Prediction of the temperature regime of corner joints of external enclosing structures]. Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo [Industrial and Civil Engineering]. 2010, No. 4, Pp. 20–22. (in Russian)

8. Zaborova D.D., Kukolev M.I., Musorina T.A., Petrichenko M.R. Matematicheskaya model' energeticheskoy effektivnosti sloistykh stroitel'nykh ograzhdeniy [Mathematical model of the energy efficiency of layered building fences] // Nauchno-tekhnicheskiye vedomosti Sankt-Peterburgskogo gosudarstvennogo politekhnicheskogo universiteta [St. Petersburg State Polytechnic University Journal]. 2016, No. 4 (254), Pp. 28-33. DOI: 10.5862 / JEST.254.3. (in Russian)

9. Musorina T.A., Zaborova D.D., Gamayunova O.S., Petrichenko M.R. Termicheskoye soprotivleniye odnorodnogo stenovogo ograzhdeniya [Thermal resistance of a homogeneous wall enclosure] // Problemy gazodinamiki i teplomassoobmena v energeticheskikh ustanovkakh [Problems of gas dynamics and heat and mass transfer in power plants]: materials of the XXII School-seminar for young scientists and specialists under the leadership of Academician of the Russian Academy of Sciences A. I. Leontiev. 2019, Pp. 209–211. (in Russian)

10. Panferov V.I., Milov A.E. Vychisleniye sredney temperatury n-sloynoy stenki [Calculation of the average temperature of the n-layer wall] // Vestnik Yuzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Stroitel'stvo i arkhitektura [Bulletin of the South Ural State University. Series: Building and architecture]. 2015, Vol. 15, No. 2, Pp. 59–61. (in Russian)

11. Stakhov A.E., Frolkis V.A., Kadokova S.Yu., Andrenko A.A. Ekonomiko-matematicheskyy analiz teplovoy zashchity zdaniya [Economic and mathematical analysis of thermal protection of a building] // Vestnik grazhdanskikh inzhenerov [Bulletin of civil engineers]. 2019, No. 4 (75), Pp. 107–112. DOI: 10.23968 / 1999-5571-2018-16-4-107-112. (in Russian)

12. Statsenko E.A., Ostrovaya A.F., Musorina T.A., Kukolev M.I., Petrichenko M.R. Prostaya model' teploustoychivoy ograzhdayushchey konstruktsey [A simple model of a heat-resistant enclosing structure]. Inzhenerno-stroitel'nyy zhurnal [Magazine of Civil Engineering]. 2016, No. 8 (68), Pp. 86–91. DOI: 10.5862 / MCE.68.9.

13. Gamayunova O., Petrichenko M., Mottaeva A. Thermotechnical calculation of enclosing structures of a standard type residential building // Journal of Physics: Conference Series. International Scientific Conference Energy Management of Municipal Facilities and Sustainable Energy Technologies. 2020, No. 012066.

14. Gamayunova O.S. Obosnovaniye stoimosti utepliteley ot ikh teplofizicheskikh kharakteristik [Justification of the cost of heaters from their thermophysical characteristics] // Stroitel'stvo unikal'nykh zdaniy i sooruzheniy [Construction of unique buildings and structures]. 2019, No. 1 (76), Pp. 19–29. (in Russian)

15. Gamayunova O.S., Radaev A.E., Petrichenko M.R. The procedure for determination of the dependence of the cost of insulation materials on their thermophysical characteristics // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 4th International Conference on Innovative Materials, Structures and Technologies, IMST 2019. 2019, No. 012018.

16. Gamayunova O.S. Vychor optimal'nogo varianta utepleniya zhilykh domov v razlichnykh klimaticheskikh zonakh [The selection of the optimal option for the insulation of residential buildings in different climatic zones] // Stroitel'stvo i tekhnogennaya bezopasnost' [Construction and technogenic safety]. 2019, No. 16 (68), Pp. 89–97. (in Russian)

17. Gamayunova O.S. Model' i metodika prinyatiya ratsional'nogo resheniya po obespecheniyu energoeffektivnosti domov starogo fonda voyennykh gorodkov [Model and methodology for making a rational decision to ensure the energy efficiency of houses of the old stock of military camps] // Trudy Voenno-kosmicheskoy akademii imeni A.F. Mozhayskogo [Proceedings of the Military Space Academy named after A.F. Mozhaysky]. 2019, No. 669, Pp. 18–28. (in Russian)

18. Kornilov T.A., Gerasimov G.N. Naruzhnyye steny maloetazhnykh domov iz legkikh stal'nykh tonkostennykh konstruktsey dlya usloviy Kraynego Severa [Outer walls of low-rise buildings made of light steel thin-walled structures for the conditions of the Far North] // Zhilishchnoe stroitel'stvo [Residential construction]. 2016, No. 7, Pp. 20–24. (in Russian)

19. Ivanova V.R., Zhidko E.A. Svravneniye variantov utepliteleya dlya rekonstruktsey zhilogo doma metodom analiza iyerarkhiy [Comparison of insulation options for the reconstruction of a residential building by the method of hierarchy analysis] // Informatzionnyye tekhnologii v stroitel'nykh, sotsial'nykh i ekonomicheskikh sistemakh [Information technologies in construction, social and economic systems]. 2019, No. 3-4 (17-18), Pp. 183–188. (in Russian)

20. Ivanova I.B., Romanov M.A. Vychor proyekt'nogo resheniya na osnove sistemy pokazateley s ispol'zovaniyem metoda parnykh svravneniy [The selection of a design solution based on a system of indicators using the method of paired comparisons] // Sotsial'no-ekonomicheskoye upravleniye: teoriya i praktika [Socio-economic management: theory and practice]. 2019, No. 1 (36), Pp. 80–82. (in Russian)

21. Stakhov A.E., Andrenko A.A. Ekonomicheskaya otsenka konstruktivnykh resheniy teplovoy zashchity zdaniy [Economic assessment of

constructive solutions for thermal protection of buildings] // AVOK: Ventilyatsiya, otopleniye, konditsionirovaniye vozdukh, teplosnabzheniye i stroitel'naya teplofizika [AVOK: Ventilation, heating, air conditioning, heat supply and construction thermal physics]. 2018, No. 4, Pp. 42–47. (in Russian)

22. Petrov P.V., Rezanov E.M., Vedruchenko V.R., Starikov A.P. Opredeleniye optimal'noy tolshchiny teplovoy izolyatsii ograždayushchikh konstruksiy zdaniy pri kapital'nom remonte [Determination of the optimal thickness of thermal insulation of the enclosing structures of buildings during overhaul] // Omskiy nauchnyy vestnik [Omsk Scientific Bulletin]. 2015, No. 3 (143), Pp. 254–258. (in Russian)

23. Karmellos M., Kiprakis A., Mavrotas G. A multi-objective approach for optimal prioritization of energy efficiency measures in buildings: Model, software and case studies // Applied Energy. 2015, No. 139, pp. 131–150.

24. Alekseytsev A.V. Poisk ratsional'nykh parametrov stroitel'nykh konstruksiy na osnove

mnogokriterial'noy evolyutsionnoy optimizatsii [Search for rational parameters of building structures on the basis of multicriteria evolutionary optimization] // Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo [Industrial and Civil Engineering]. 2019, No. 7, Pp. 18–22. DOI: 10.33622 / 0869-7019.2019.07.18-22. (in Russian)

25. Wei Yu, Baizhan Li, Hongyuan Jia, Ming Zhang, Di Wang Application of multi-objective genetic algorithm to optimize energy efficiency and thermal comfort in building design // Energy and Buildings. 2015, No. 88, pp. 135–143.

26. Gluhov V., Leventsov V., Radaev A., Nikolaevskiy N. Analytical modeling of development and implementation of telecommunication technologies // Internet of Things, Smart Spaces, and Next Generation Networks and Systems. 18th International Conference on Next Generation Wired/Wireless Networking (NEW2AN), and 11th Conference on Internet of Things and Smart Spaces (ruSMART). 2018, Pp. 428–440.

DETERMINATION OF THE CHARACTERISTICS FOR A MULTILAYER WALL'S STRUCTURE WITH APPLICATION OF QUADRATIC PROGRAMMING TOOLS

Radaev¹ A.E., Gamayunova² O.S.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, 195251 St. Petersburg, Politekhnikeskaya str., 29,
E-mail: ¹ radaev_ae@spbstu.ru; ² gamayunova_os@spbstu.ru

Abstract. High requirements for the energy efficiency of residential construction projects being built, a high level of competition between building organizations, as well as a wide variety of applied materials and technologies determine the high importance for solving of the problems connected to determination of the characteristics of external multilayer wall structures. On the basis of the results received during the analysis of the relevant scientific developments, it has been concluded that the existing tools are limited in terms of taking into account thermal performance indicators as criteria for determination of the optimal values for the characteristics of the structure – particularly, the thickness and thermal conductivity of the structural layers. The expediency of conducting of the research aimed to the development of a tool for the determination of the characteristics for a multilayer wall structure on the basis of quadratic programming has been substantiated.

Subject: Technical and cost characteristics of a multilayer wall structure as part of a residential building object. A brief indication of the problems and shortcomings to be addressed by the study: the relevance of the study is due to the difficulty of substantiating the technical characteristics of a multilayer wall structure by the criterion of minimizing the weighted average (over the thickness of the layers) temperature of the wall structure due to the lack of the possibility of effective implementation of the corresponding mathematical models using linear programming methods as the most well-known and widespread.

Materials and methods: The optimization model for determination of the characteristics for a multilayer wall structure on the basis of quadratic programming has been developed. The model assumes the calculation of the optimal thickness of the structure's layers in accordance with the criterion connected to the maximization of the weighted average (over the thickness of the layers) temperature in conditions of the fixed total values of the thickness and thermal resistance of the structure. A key feature of the model is the ability for representation of the objective function as a superposition of pairwise multiplications of unknown variables and, as a consequence, the possibility for effective implementation the model with the use of interior point method as one of the most common algorithms for solving of quadratic programming problems.

Results: The developed model has been implemented on a practical example with application of “Microsoft Excel” software environment for setting of the values of the initial data and analysis of the model implementation's results, as well as “Matlab” software for implementation of the model with the use of the interior point method.

Conclusions: Based on the results obtained during the implementation of the developed model on a practical example, the conclusion has been made about the high practical significance of the developed tool. The main disadvantage of the developed model – the impossibility for the consideration of the criteria connected to the economic feasibility of design solutions for the construction of wall structures – has been revealed. To eliminate mentioned disadvantage, modification of the model at further stages of the research has been planned.

Key words: construction, multilayer wall structure, layer thickness, thermal resistance, optimization model, objective function, quadratic programming.