

МОДЕЛИРОВАНИЕ КАНАЛОВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ И ТЕЛ В ТОЧЕЧНОМ ИСЧИСЛЕНИИ

Конопацкий¹ Е.В., Бездитный² А.А.¹ Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, 286123, Донецкая Народная Республика, г. Макеевка, ул. Державина, 2, e.v.konopatskiy@mail.ru² Севастопольский филиал ФГБОУВО «Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова», 299053, Россия, г. Севастополь, ул. Вакуленчука, 29, bezdytniy@gmail.com

Аннотация. В статье предложен и реализован подход к геометрическому моделированию каналовых поверхностей в точечном исчислении путём определения подвижной плоскости сечения, перпендикулярной к направляющей линии каналовой поверхности. Для этого с помощью построения нормали и бинормали к касательной сформирован подвижный симплекс трёхмерного пространства, сопровождающий направляющую кривую, который является аналогом трёхгранника Френе в точечном исчислении. Определение нормали и бинормали выполнено инструментами точечного исчисления с использованием метрического оператора трёх точек и точки выхода из плоскости, которые являются аналогами соответственно скалярного и векторного произведений векторов. Приведены примеры моделирования каналовых поверхностей с алгебраической плоской и трансцендентной пространственной кривой. В качестве образующих приведены примеры использования эллипса, замкнутой кривой типа «синусоида» и замкнутого обвода 1-го порядка гладкости. В части разработки математического аппарата для построения высокопроизводительных систем геометрического твердотельного моделирования выполнено определение каналовых тел, имеющих как постоянную, так и переменную функционально управляемую толщину. В данном случае реализован геометрический алгоритм моделирования каналовых поверхностей и тел, который аналитически описывается последовательностью точечных уравнений. Для его компьютерной реализации в виде вычислительного алгоритма параллельно с точечными уравнениями приведены параметрические уравнения, полученные посредством координатного расчёта.

Предмет исследования: геометрические алгоритмы моделирования каналовых поверхностей и тел.

Материалы и методы: методы исследований включают геометрические алгоритмы моделирования каналовых поверхностей и тел, параметризация которых выполнена с помощью математического аппарата «Точечное исчисление».

Результаты: разработан геометрический алгоритм параметризации каналовых поверхностей и тел в точечном исчислении; приведены примеры моделирования каналовых поверхностей с плоскими и пространственными направляющими, а также различными образующими; получен аналог трёхгранника Френе в точечном исчислении.

Выводы: компьютерная реализация такого подхода к геометрическому моделированию каналовых поверхностей и тел в точечном исчислении может расширить возможности существующих систем автоматизированного проектирования и твердотельного моделирования, которые могут быть дополнены численным моделированием с помощью геометрических интерполянтов, формируя замкнутую систему моделирования и расчёта, применимую для решения широкого круга инженерных и научных задач.

Ключевые слова: геометрическое моделирование, точечное исчисление, метрический оператор, замкнутые кривые, каналовые поверхности, каналовые тела.

ВВЕДЕНИЕ

Моделирование каналовых поверхностей и тел является одним из важных направлений использования систем автоматизированного проектирования при решении прикладных и инженерных задач [1-3] в различных областях науки и техники, что породило различные подходы к её решению [4-8]. В работе [9] каналовые поверхности определяется как огибающие однопараметрического семейства сфер. В современной начертательной геометрии каналовой называют поверхность, образованную непрерывным каркасом замкнутых плоских сечений, перпендикулярных к направляющей линии или параллельных какой-либо плоскости. Учитывая, что каналовые поверхности чаще используются для создания переходных участков между двумя поверхностями типа трубопроводов, второе определение кажется более подходящим. Оно же приводит к двум наиболее распространённым подходам определения

каналовых поверхностей с помощью построения ортогональных сечений к направляющей линии или использованию плоскости параллелизма. Первый из них приводит к необходимости построения бинормали и трёхгранника Френе [10]. Пример реализации второго подхода на основе эквивалентных преобразований плоскости представлен в [6].

В точечном исчислении (другое название – БН-исчисление) [11-13] подобные исследования тоже проводились [14, 15], но тогда развитие математического аппарата не позволило решить эту задачу в общем виде. Вместе с тем такая необходимость возникла в связи с разработкой на основе точечного исчисления математического аппарата для построения высокопроизводительных систем геометрического твердотельного моделирования [16, 17]. Поэтому в данной работе приводится общий подход к моделированию каналовых поверхностей и тел в точечном исчислении путём определения подвижной плоскости сечения, перпендикулярной к направляющей линии каналовой поверхности.

**ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ
МОДЕЛИРОВАНИЯ КАНАЛОВЫХ
ПОВЕРХНОСТЕЙ И ЕГО
ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ В ТОЧЕЧНОМ
ИСЧИСЛЕНИИ**

Для параметризации каналовой поверхности в точечном исчислении предлагается геометрический алгоритм (рис. 1), включающий определение касательной NP к направляющей кривой ANB с

помощью параллельного переноса [11, 18], определение нормали NN_1 с помощью метрического оператора трёх точек, который является аналогом скалярного произведения векторов в точечном исчислении, и точки R фиксирующей длину отрезка $|NR|$, определение бинормали NN_2 с помощью определения точки выхода из плоскости, что является аналогом векторного произведения в точечном исчислении, и точки Q фиксирующей длину отрезка $|NQ|$.

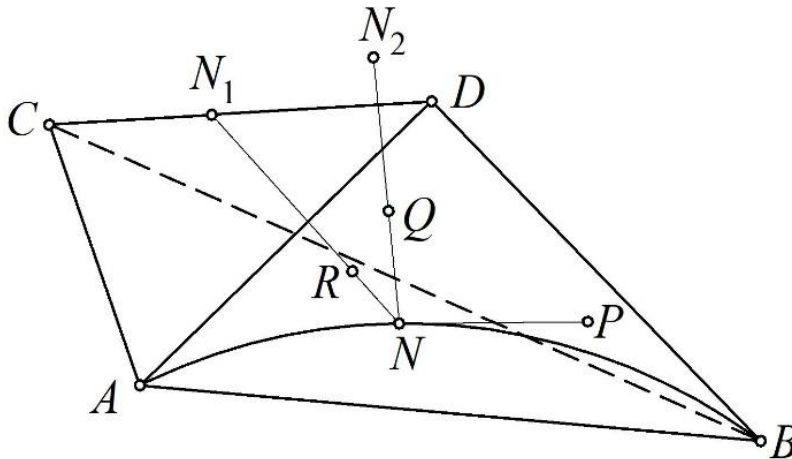


Рис. 1. Геометрическая схема моделирования каналовой поверхности
Fig. 1. Geometric scheme of channel surface modeling

В общем виде кривая в симплексе $ABCD$ определяется следующим точечным уравнением:

$$N = (A - D)p + (B - D)q + (C - D)r + D,$$

где $p = p(u)$, $q = q(u)$, $r = r(u)$ – любые непрерывные и дифференцируемые функции на интервале изменения параметра u от 0 до 1. В соответствии с [18] при $p + q + r = 1$ получим плоскую кривую, а при $p + q + r \neq 1$ – пространственную.

После выполнения покоординатного расчёта получим систему однотипных параметрических уравнений для определения направляющей кривой каналовой поверхности:

$$\begin{cases} x_N = (x_A - x_D)p + (x_B - x_D)q + (x_C - x_D)r + x_D \\ y_N = (y_A - y_D)p + (y_B - y_D)q + (y_C - y_D)r + y_D \\ z_N = (z_A - z_D)p + (z_B - z_D)q + (z_C - z_D)r + z_D \end{cases}$$

Определяем касательную к кривой [18] с помощью точки P :

$$P = N + \dot{N} = (A - D)(p + \dot{p}) + (B - D)(q + \dot{q}) + (C - D)(r + \dot{r}) + D.$$

$$\downarrow$$

$$\begin{cases} x_P = (x_A - x_D)(p + \dot{p}) + (x_B - x_D)(q + \dot{q}) + (x_C - x_D)(r + \dot{r}) + x_D \\ y_P = (y_A - y_D)(p + \dot{p}) + (y_B - y_D)(q + \dot{q}) + (y_C - y_D)(r + \dot{r}) + y_D \\ z_P = (z_A - z_D)(p + \dot{p}) + (z_B - z_D)(q + \dot{q}) + (z_C - z_D)(r + \dot{r}) + z_D \end{cases}$$

где \dot{p} , \dot{q} , \dot{r} – производные функций $p = p(u)$, $q = q(u)$, $r = r(u)$ по параметру u .

Зададим на прямой CD текущую точку N_1 с помощью параметра t :

$$N_1 = (D - C)t + C.$$

Определим значение параметра t , при котором $\angle N_1NP$ (рис. 1) будет прямым из условия $\Sigma_{N_1P}^N = 0$.

$$\begin{aligned} \Sigma_{N_1P}^N &= \Sigma(N_1 - N)(P - N) = \\ &= \Sigma(-(A - D)p - (B - D)q - (C - D)(r + t - 1))((A - D)\dot{p} + (B - D)\dot{q} + (C - D)\dot{r}) = 0. \\ &\Downarrow \\ t &= \frac{\Sigma_{AC}^D(1-r)\dot{p} + \Sigma_{BC}^D(1-r)\dot{q} + \Sigma_{CC}^D(1-r)\dot{r} - \Sigma_{AA}^D p\dot{p} - \Sigma_{AB}^D p\dot{q} - \Sigma_{AC}^D p\dot{r} - \Sigma_{AB}^D q\dot{p} - \Sigma_{BB}^D q\dot{q} - \Sigma_{BC}^D q\dot{r}}{\Sigma_{AC}^D \dot{p} + \Sigma_{BC}^D \dot{q} + \Sigma_{CC}^D \dot{r}}, \end{aligned}$$

где $\Sigma_{AC}^D = (x_A - x_D)(x_C - x_D) + (y_A - y_D)(y_C - y_D) + (z_A - z_D)(z_C - z_D)$;

$$\Sigma_{BC}^D = (x_B - x_D)(x_C - x_D) + (y_B - y_D)(y_C - y_D) + (z_B - z_D)(z_C - z_D);$$

$$\Sigma_{AB}^D = (x_A - x_D)(x_B - x_D) + (y_A - y_D)(y_B - y_D) + (z_A - z_D)(z_B - z_D);$$

$$\Sigma_{AA}^D = (x_A - x_D)^2 + (y_A - y_D)^2 + (z_A - z_D)^2; \quad \Sigma_{BB}^D = (x_B - x_D)^2 + (y_B - y_D)^2 + (z_B - z_D)^2;$$

$$\Sigma_{CC}^D = (x_C - x_D)^2 + (y_C - y_D)^2 + (z_C - z_D)^2.$$

Тогда уравнение точки N_1 принимает следующий вид:

$$N_1 = (D - C) \frac{\Sigma_{AC}^D(1-r)\dot{p} + \Sigma_{BC}^D(1-r)\dot{q} + \Sigma_{CC}^D(1-r)\dot{r} - \Sigma_{AA}^D p\dot{p} - \Sigma_{AB}^D p\dot{q} - \Sigma_{AC}^D p\dot{r} - \Sigma_{AB}^D q\dot{p} - \Sigma_{BB}^D q\dot{q} - \Sigma_{BC}^D q\dot{r}}{\Sigma_{AC}^D \dot{p} + \Sigma_{BC}^D \dot{q} + \Sigma_{CC}^D \dot{r}} + C.$$

В соответствии с геометрической схемой (рис. 1) точка N_1 является подвижной, обеспечивающей перпендикуляр к касательной NP при движении текущей точки N . Вместе с тем длина отрезка NN_1 тоже является переменной и зависимой от координат симплекса и свободных функций $p = p(u)$, $q = q(u)$, $r = r(u)$. Для определения образующей каналовой поверхности удобно задать конкретный размер отрезка $|NR|$ с помощью точки R :

$$\frac{|NR|}{|NN_1|} = \frac{N - R}{N - N_1} \Rightarrow R = (N_1 - N) \frac{|NR|}{|NN_1|} + N \Rightarrow \begin{cases} x_R = (x_{N_1} - x_N) \frac{|NR|}{|NN_1|} + x_N \\ y_R = (y_{N_1} - y_N) \frac{|NR|}{|NN_1|} + y_N, \\ z_R = (z_{N_1} - z_N) \frac{|NR|}{|NN_1|} + z_N \end{cases}$$

где $|NN_1| = \sqrt{(x_N - x_{N_1})^2 + (y_N - y_{N_1})^2 + (z_N - z_{N_1})^2}$.

N_2 определим как точку выхода из плоскости N_1NP (рис. 1), формируя тем самым бинормаль NN_2 . Для этого сначала необходимо определить координаты точки S :

$$x_S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} y_N & z_N & 1 \\ y_{N_1} & z_{N_1} & 1 \\ y_P & z_P & 1 \end{vmatrix}, \quad y_S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} z_N & x_N & 1 \\ z_{N_1} & x_{N_1} & 1 \\ z_P & x_P & 1 \end{vmatrix}, \quad z_S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_N & y_N & 1 \\ x_{N_1} & y_{N_1} & 1 \\ x_P & y_P & 1 \end{vmatrix}.$$

Далее определяем точку Q и её координаты:

$$Q = (A - D)p + (B - D)q + (C - D)r + \frac{Sd}{\sqrt{x_S^2 + y_S^2 + z_S^2}} + D.$$

↓

$$\begin{cases} x_Q = (x_A - x_D)p + (x_B - x_D)q + (x_C - x_D)r + \frac{x_S d}{\sqrt{x_S^2 + y_S^2 + z_S^2}} + x_D \\ y_Q = (y_A - y_D)p + (y_B - y_D)q + (y_C - y_D)r + \frac{y_S d}{\sqrt{x_S^2 + y_S^2 + z_S^2}} + y_D, \\ z_Q = (z_A - z_D)p + (z_B - z_D)q + (z_C - z_D)r + \frac{z_S d}{\sqrt{x_S^2 + y_S^2 + z_S^2}} + z_D \end{cases}$$

где $d = |NQ|$ (рис. 1).

Таким образом, через координаты определены все точки подвижного прямоугольного симплекса RNQ и можно приступить к определению образующей линии каналовой поверхности.

ОСОБЕННОСТИ ПАРАМЕТРИЗАЦИИ ОБРАЗУЮЩИХ ЛИНИЙ КАНАЛОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ

В качестве образующей каналовой поверхности могут быть использованы любые плоские замкнутые линии, которые можно моделировать различными методами [19-21] и для решения различных задач. Наиболее простыми замкнутыми кривыми являются окружность и эллипс, которые легко координировать в плоскости RNQ , используя центр N . Точечное уравнение эллиптической кривой [11] в симплексе RNQ имеет следующий вид:

$$M = (Q - N) \cos(v) + (R - N) \sin(v) + N.$$

↓

$$\begin{cases} x_M = (x_Q - x_N) \cos(v) + (x_R - x_N) \sin(v) + x_N \\ y_M = (y_Q - y_N) \cos(v) + (y_R - y_N) \sin(v) + y_N, \\ z_M = (z_Q - z_N) \cos(v) + (z_R - z_N) \sin(v) + z_N \end{cases}$$

где $0 \leq v \leq 2\pi$ – текущий параметр.

Чтобы выделить из множества эллиптических кривых окружность достаточно установить равенство сопряжённых осей эллипса $|NQ| = |NR|$.

Аналогичным образом можно использовать точечное уравнение специальных кривых типа «синусоида», определённых с помощью обобщённых тригонометрических функций [22]:

$$M = (Q - N) \prod_{i=1}^t \frac{\sqrt{1 + k_i^2 + 2k_i \cos(k_i v)}}{k_i} \sin_\gamma(\gamma - v) + \frac{(R - N)d}{|NR|} \prod_{i=1}^t \frac{\sqrt{1 + k_i^2 + 2k_i \cos(k_i v)}}{k_i} \sin_\gamma v + N.$$

↓

$$\begin{cases} x_M = (x_Q - x_N) \prod_{i=1}^t \frac{\sqrt{1 + k_i^2 + 2k_i \cos(k_i v)}}{k_i} \sin_\gamma(\gamma - v) + \frac{(x_R - x_N)d}{|NR|} \prod_{i=1}^t \frac{\sqrt{1 + k_i^2 + 2k_i \cos(k_i v)}}{k_i} \sin_\gamma v + x_N \\ y_M = (y_Q - y_N) \prod_{i=1}^t \frac{\sqrt{1 + k_i^2 + 2k_i \cos(k_i v)}}{k_i} \sin_\gamma(\gamma - v) + \frac{(y_R - y_N)d}{|NR|} \prod_{i=1}^t \frac{\sqrt{1 + k_i^2 + 2k_i \cos(k_i v)}}{k_i} \sin_\gamma v + y_N, \\ z_M = (z_Q - z_N) \prod_{i=1}^t \frac{\sqrt{1 + k_i^2 + 2k_i \cos(k_i v)}}{k_i} \sin_\gamma(\gamma - v) + \frac{(z_R - z_N)d}{|NR|} \prod_{i=1}^t \frac{\sqrt{1 + k_i^2 + 2k_i \cos(k_i v)}}{k_i} \sin_\gamma v + z_N \end{cases}$$

где k_i – количество волн дуги специальной кривой типа «синусоида» i -го поколения;

t – количество поколений специальной кривой типа «синусоида»;

$$\sin_\gamma(\gamma - \nu) = \frac{\sin(\gamma - \nu)}{\sin \gamma} \text{ и } \sin_\gamma \nu = \frac{\sin \nu}{\sin \gamma} - \text{обобщённые синусы.}$$

Кроме непрерывных кривых в качестве образующих можно использовать составные кривые, например одномерный замкнутый обвод 1-го порядка гладкости [23, 24], для построения которого необходимо координировать точки в симплексе RNQ . Также могут использоваться сочетания прямолинейных и криволинейных участков различной конфигурации. Для определения узловых точек могут эффективно использоваться точечные инструменты симметрии и параллельного переноса [11]. В качестве дуг обвода могут быть использованы, например, кривые 2-го порядка [25]:

$$M = (Q - N) \frac{k\bar{\nu}^2}{k(1-2\nu)^2 + 2\nu\bar{\nu}} + (R - N) \frac{k\nu^2}{k(1-2\nu)^2 + 2\nu\bar{\nu}} + N.$$

↓

$$\begin{cases} x_M = (x_Q - x_N) \frac{k\bar{\nu}^2}{k(1-2\nu)^2 + 2\nu\bar{\nu}} + (x_R - x_N) \frac{k\nu^2}{k(1-2\nu)^2 + 2\nu\bar{\nu}} + x_N \\ y_M = (y_Q - y_N) \frac{k\bar{\nu}^2}{k(1-2\nu)^2 + 2\nu\bar{\nu}} + (y_R - y_N) \frac{k\nu^2}{k(1-2\nu)^2 + 2\nu\bar{\nu}} + y_N, \\ z_M = (z_Q - z_N) \frac{k\bar{\nu}^2}{k(1-2\nu)^2 + 2\nu\bar{\nu}} + (z_R - z_N) \frac{k\nu^2}{k(1-2\nu)^2 + 2\nu\bar{\nu}} + z_N \end{cases} \quad (1)$$

где k – инженерный дискриминант.

Рассмотрим несколько примеров моделирования каналовых поверхностей с плоской и пространственной направляющей (рис. 2). В качестве плоской направляющей используется эллиптическая кривая, полученная с помощью уравнения, аналогичного (1), а в качестве пространственной – трансцендентная кривая с точечным уравнением:

$$N = (A - D)u^3 + (B - D)(1 - u)^3 + (C - D)\sin(u^3 + u^2) + D.$$

↓

$$\begin{cases} x_N = (x_A - x_D)u^3 + (x_B - x_D)(1 - u)^3 + (x_C - x_D)\sin(u^3 + u^2) + x_D \\ y_N = (y_A - y_D)u^3 + (y_B - y_D)(1 - u)^3 + (y_C - y_D)\sin(u^3 + u^2) + y_D. \\ z_N = (z_A - z_D)u^3 + (z_B - z_D)(1 - u)^3 + (z_C - z_D)\sin(u^3 + u^2) + z_D \end{cases}$$

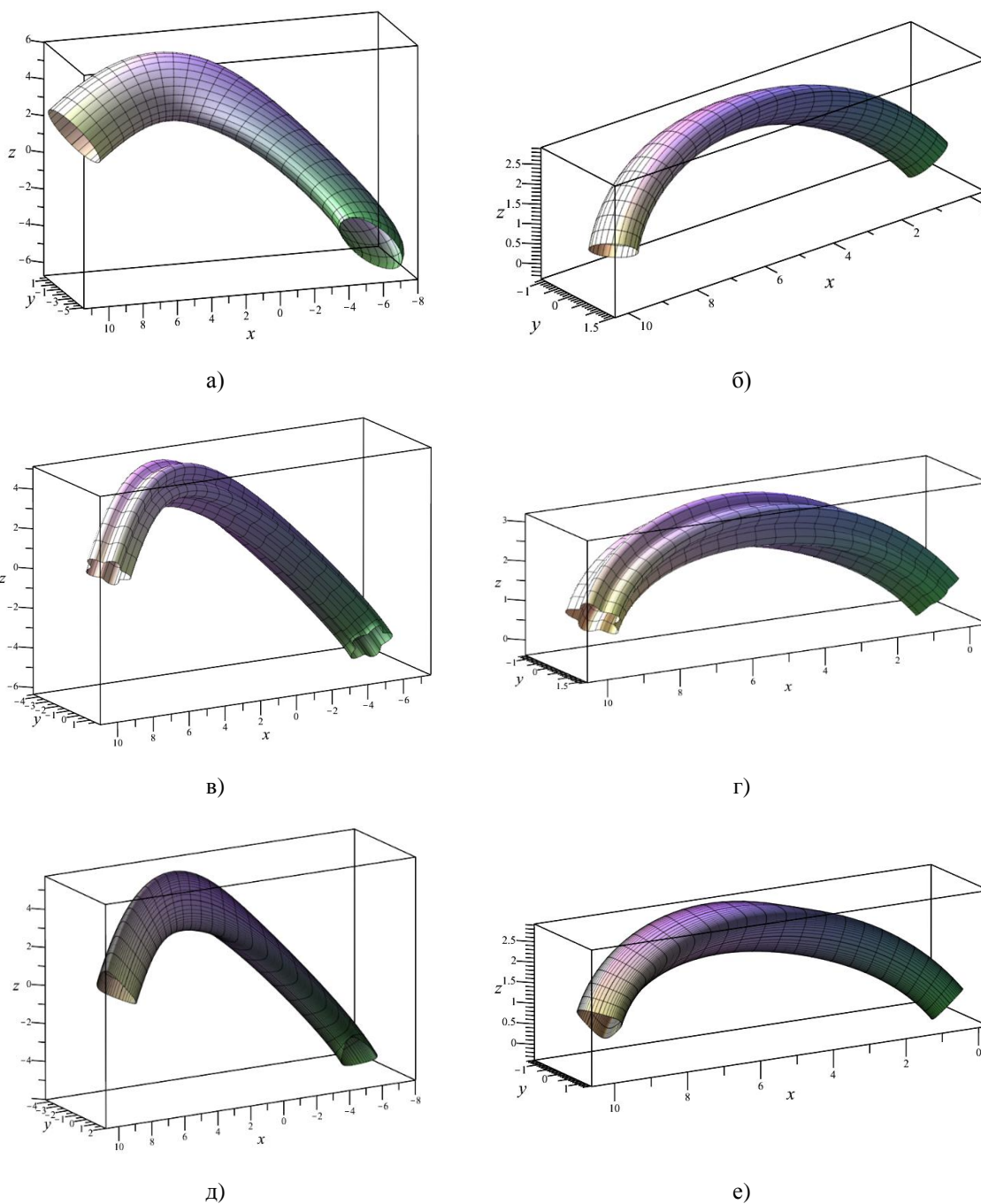


Рис. 2. Визуализация каналовой поверхности: а) пространственная направляющая с эллиптической образующей; б) плоская направляющая с эллиптической образующей; в) пространственная направляющая с образующей в виде синусоиды; г) плоская направляющая с образующей в виде синусоиды; д) пространственная направляющая с образующей в виде замкнутого обвода; е) плоская направляющая с образующей в виде замкнутого обвода

Fig. 2. Visualization of the channel surface: а) spatial guide with elliptical shape; б) flat guide with elliptical shape; в) spatial guide with sinusoidal shape; г) flat guide with sinusoidal shape; д) spatial guide with close-circle shape; е) flat guide with close-circle shape

МОДЕЛИРОВАНИЕ КАНАЛОВЫХ ТЕЛ В ТОЧЕЧНОМ ИСЧИСЛЕНИИ

Концепция геометрического твердотельного моделирования [16, 17] в точечном исчислении основана на представлении геометрических объектов в виде трёхпараметрического множества точек, принадлежащих трёхмерному пространству. Поверхность представляет собой двухпараметрическое множество точек в трёхмерном пространстве. Чтобы перейти от каналовой поверхности к каналовому телу необходимо геометрическую модель поверхности дополнить стенкой постоянной или переменной толщины. Такую стенку удобно задавать с помощью условного центра N сечения каналовой поверхности (рис. 3).

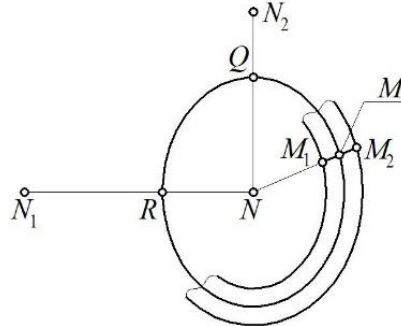


Рис. 3. Геометрическая схема определения стенки каналовой поверхности
Fig. 3. Geometric scheme for determining the wall of the channel surface

Вне зависимости от формы образующей, она определяется подвижной точкой M , которая своим движением заполняет пространство формируя замкнутую кривую. При этом, по сути, происходит вращение точки M вокруг условного центра N . Выделим на прямой NM отрезок M_1M_2 длиной δ . Движение этого отрезка вокруг точки N обеспечит заполнение пространства точками, формируя стенку каналовой поверхности толщиной δ . Точку M_1 определим из условия принадлежности в прямой NM :

$$\frac{MM_1}{MN} = \frac{|MM_1|}{|MN|} \Rightarrow \frac{M - M_1}{M - N} = \frac{\delta}{2|MN|} \Rightarrow M_1 = (N - M) \frac{\delta}{2|MN|} + M,$$

где $|MN| = \sqrt{(x_M - x_N)^2 + (y_M - y_N)^2 + (z_M - z_N)^2}$.

Точку M_2 определим из условия, что отрезок M_1M_2 делится точкой M пополам:

$$M_2 = 2M - M_1 = (M - N) \frac{\delta}{2|MN|} + M.$$

Тогда текущая точка каналового тела K будет определяться следующим уравнением:

$$K = (M_2 - M_1)w + M_1 = (N - M) \frac{\delta(1-2w)}{2|MN|} + M.$$

↓

$$\begin{cases} x_K = (x_N - x_M) \frac{\delta(1-2w)}{2|MN|} + x_M \\ y_K = (y_N - y_M) \frac{\delta(1-2w)}{2|MN|} + y_M, \\ z_K = (z_N - z_M) \frac{\delta(1-2w)}{2|MN|} + z_M \end{cases}$$

где w – текущий параметр, который изменяется от 0 до 1.

Таким образом, получен вычислительный алгоритм определения каналового тела, включающий определение каналовой поверхности в виде промежуточного этапа. Предложенный подход является справедливым для любых форм сечения каналовых поверхностей. Следует отметить, что в данном примере толщина канала является величиной постоянной и равной δ . Вместе с тем толщиной канала можно управлять с помощью функциональной зависимости для снижения металлоёмкости системы. Например, при $\delta = \delta(u)$, где $\delta(u)$ – любая непрерывная и дифференцируемая функция, будет задано каналовое тело с переменной толщиной по длине канала.

ВЫВОДЫ

Представленная работа продолжает цикл работ авторов, посвященный разработке и развитию математического аппарата геометрического твердотельного моделирования в точечном исчислении. По мнению авторов, компьютерная реализация такого подхода к геометрическому моделированию каналовых поверхностей и тел в точечном исчислении может расширить возможности существующих систем автоматизированного проектирования и твердотельного моделирования, которые могут быть дополнены численным моделированием с помощью геометрических интерполянтов, формируя замкнутую систему моделирования и расчёта, применимую для решения широкого круга инженерных и научных задач. Перспективой дальнейших исследований является моделирование каналовых поверхностей и тел для стыковки трубопроводов с различной формой.

Отдельной новизной работы является определение с помощью касательной, нормали и бинормали подвижного симплекса трёхмерного пространства, сопровождающего направляющую кривую, который является аналогом трёхгранника Френе в точечном исчислении. Важность его использования заключается не только в части определения дифференциальных характеристик кривых, но и дальнейшем развитии точечного исчисления, как математического аппарата моделирования геометрических объектов, обладающих наперёд заданными дифференциальными характеристиками.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Базыкина А.Ю., Доценко С.Ф. Применение каналовой модели для описания распространения одиночных волн типа цунами в канале переменного поперечного сечения // *Морской гидрофизический журнал*. 2015. № 1(181). – С. 29-41.
2. Сафрошин Р.Э. Циклические поверхности в конструкциях газопроводов // *Научному прогрессу – творчество молодых*, 2017. № 1. – С. 123-125.
3. Орловский Б.В., Дворжак В.Н. Компьютерное моделирование перемотки пряжи для вязания на конические бобины // *Новое в технике и технологии в текстильной и легкой промышленности: Материалы докладов Международной научно-технической конференции*, Витебск, 25-26 ноября 2015 года. Витебск: Витебский государственный технологический университет, 2015. – С. 72-74.
4. Корчагин Д. Метод геометро-динамического формообразования каналовой поверхности по дискретному каркасу ее образующих // *Графикон'2016: Труды 26-й Международной научной конференции*, Нижний Новгород, 19-23 сентября 2016 года. Нижний Новгород: Автономная некоммерческая организация "Институт физико-технической информатики", 2016. – С. 280-283.

5. Панчук К.Л., Любчинов Е.В. Элементы пространственной циклографии // *Омский научный вестник. Серия Авиационно-ракетное и энергетическое машиностроение*, 2018. Т. 2. № 3. – С. 63-69. DOI: 10.25206/2588-0373-2018-2-3-63-70.

6. Кокарева Я.А. Конструирование каналовых поверхностей с переменной образующей и плоскостью параллелизма на основе эквиаффинных преобразований плоскости // *Геометрия и графика*, 2017. Т. 5. № 1. С. 12-20.

7. Иванов В.Н., Валенсия Р.Э.Г. Тонкостенные пространственные конструкции на основе поверхностей Иоахимсталя // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*, 2016. № 2. – С. 15-21.

8. Сальков Н.А. Свойства циклид Дюпена и их применение. Часть 1 // *Геометрия и графика*, 2015. Т. 3. № 1. – С. 16-25. DOI: 10.12737/10454.

9. Норден А.П. Теория поверхностей // М.: ГИТТЛ, 1956. 260 с.

10. Норден А.П. Краткий курс дифференциальной геометрии // М.: ФИЗМАТГИЗ, 1958. – 244 с.

11. Балуба И.Г., Конопацкий Е.В., Бумага А.И. Точечное исчисление // *Макеевка: ДОННАСА*, 2020. – 244 с.

12. Балуба И.Г., Конопацкий Е.В. Точечное исчисление. Историческая справка и основополагающие определения // *Тр. 8-й Междунар. науч. конф. «Физико-техническая информатика»*, 09-13 ноября 2020 г. Нижний Новгород, 2020. Ч. 2. – С. 321-327. DOI: 10.30987/conferencearticle_5fd755c0adb1d9.27038265.

13. Бумага А.И., Конопацкий Е.В., Крысько А.А., Чернышева О.А. Введение в математический аппарат БН-исчисление // *Материалы VII Международной научно-практической интернет-конференции «Проблемы качества графической подготовки студентов в техническом ВУЗе: традиции и инновации»*. Пермь: ПНИПУ, 2017. Вып. 4. – С. 76-82.

14. Бездѣтний А.О. Моделювання каналової поверхні з прямою дугою обводу // *Пр. Тавр. держ. агротехнол. ун-ту*. 2012. Вып. 4. Т. 53. – С. 7-12.

15. Бездѣтний А.О., Верещага В.М., Найдиш А.В., Конопацький Є.В. Моделювання каналової поверхні з криволінійною прямою // *Пр. Тавр. держ. агротехнол. ун-ту*. 2012. Вып. 4. Т. 54. С. 9-14.

16. Konopatskiy E.V., Bezditnyi A.A., Lagunova M.V., Naidysh A.V. Principles of solid modelling in point calculus // *IoP conference series: Journal of Physics: Conf. Series* 1901 (2021) 012063. DOI: 10.1088/1742-6596/1901/1/012063.

17. Konopatskiy E.V., Bezditnyi A.A. Solid modeling of geometric objects in point calculus // *CEUR Workshop Proceedings. Proceedings of the 31st International Conference on Computer Graphics and Vision (GraphiCon 2021) Nizhny Novgorod, Russia, September 27-30, 2021. Vol. 3027. pp. 666-672. DOI: 10.20948/graphicon-2021-3027-666-672.*

18. Konopatskiy E.V., Bezditnyi A.A., Litvinov A.I. Geometric modeling of torse surfaces in BN-calculus // IoP conference series: Journal of Physics: Conf. Series 1791 (2021) 012050. DOI: 10.1088/1742-6596/1791/1/012050.

19. Жихарев Л.А., Карпова Ю.С. Плоские отражения от кривых // Журнал естественнонаучных исследований, 2020. Т. 5. № 4. – С. 52-58.

20. Кац Б.А. Об одной метрической характеристике замкнутых плоских кривых и ее приложения // Ученые записки Казанского государственного университета. Серия: Физико-математические науки, 2006. Т. 148. № 2. – С. 77-84.

21. Полежаев Ю.О., Борисова А.Ю. Геометрическое моделирование стержневых конструкций с использованием замкнутых кривых высокого порядка и триангуляции // Вестник МГСУ, 2010. № 2. – С. 73-78.

22. Конопацкий С.В. Конструирование системы специальных плоских кривых типу «синусоида» методом узагальнения тригонометрических функций // Сборник научных трудов SWorld, 2013. Т. 12. № 3. – С. 76-80.

23. Короткий В.А., Хмарова Л.И. Универсальный компьютерный коникограф // Графикон'2016: Труды 26-й Международной научной конференции, Нижний Новгород, 19-23 сентября 2016 года. Нижний Новгород: Автономная некоммерческая организация "Институт физико-технической информатики", 2016. – С. 347-351.

24. Конопацкий Е.В., Крысько А.А., Бумага А.И. Вычислительные алгоритмы моделирования одномерных обводов через k наперед заданных точек // Геометрия и графика, 2018. №3. – С. 20-32. DOI: 10.12737/article_5bc457ece18491.72807735.

25. Конопацкий Е.В., Воронова О.С., Ротков С.И., Лагунова М.В., Бездитный А.А. Моделирование кривых 2-го порядка и поверхностей оболочек инженерных сооружений на их основе // Строительство и техногенная безопасность, 2021. №22(74). – С. 101-110. DOI: 10.37279/2413-1873-2021-22-101-110.

REFERENCES

1. Bazykina A.Yu., Dotsenko S.F. Application of a channel model for describing propagation of tsunami-like single waves in a channel with variable cross-section // Physical Oceanography. 2015. No. 1(181). – Pp. 29-41 (In Russian)

2. Safroshin R.E. Cyclic Surfaces in Gas Pipeline Structures // Scientific Progress – Creativity of the Young. 2017. No. 1. – Pp. 123-125 (In Russian)

3. Orlovsky B.V., Dvorzhak V.N. Computer simulation of yarn rewinding for knitting on conical bobbins // New in equipment and technology in textile and light industry: Proceedings of the International Scientific and Technical Conference. 2015. – Pp. 72-74 (In Russian)

4. Korchagin D. A method of geometric-dynamic shaping of channel surface by discrete frame of its

formations // GraphiCon 2016: Proceedings of 26th International Scientific Conference. 2016. – Pp. 280-283. (In Russian)

5. Panchuk K.L., Lyubchinov E.V. Elements of spatial cyclography // Omsk Scientific Bulletin. Aircraft and missile and power engineering series. 2018. Vol. 2. No. 3. – Pp. 63-69. DOI: 10.25206/2588-0373-2018-2-3-63-70. (In Russian)

6. Kokareva Ya.A. Construction of canal surfaces with variable generatrix and parallelism plane based on plane's equiaffine transformations // Geometry & Graphics. 2017. Vol. 5. No. 1. – Pp. 12-20. (In Russian)

7. Ivanov V.N., Valensya R.E.G. Thin-walled shell structures on the base of Joachimsthal's canal surfaces // Structural mechanics of engineering structures and constructions. 2016. No. 2. – Pp. 15-21. (In Russian)

8. Sal'kov N.A. Properties of cyclide Dupen and their application. Part 1 // Geometry & Graphics. 2015. Vol. 3. No. 1. – Pp. 16-25. DOI: 10.12737/10454. (In Russian)

9. Norden A.P. Teoriya poverhnostej [Theory of Surfaces]. Moscow: State Publishers of Technical and Theoretical Literature. 1956. – 260 p. (In Russian)

10. Norden A.P. Kratkij kurs differencial'noj geometrii [A Short Course in Differential Geometry]. Moscow: State Publishing House of Physical and Mathematical Literature. 1958. – 244 p. (In Russian)

11. Balyuba I.G., Konopatskiy E.V., Bumaga A.I. Tochechnoe ischislenie [Point calculus] // Makeevka: DONNACEA. 2020. – 244 p. (In Russian)

12. Balyuba I.G., Konopatskiy E.V. Point calculus. Historical background and basic definitions // Proceedings of the 8th International Scientific Conference "Physical and Technical Informatics". 2020. Part 2. – Pp. 321-327. DOI: 10.30987/conferencearticle_5fd755c0adb1d9.27038265. (In Russian)

13. Bumaga A.I., Konopatskiy E.V., Krisko A.A., Chernisheva O.A. Introduction in the mathematical apparatus BN-calculation // Materials of the VII International Scientific and Practical Internet-Conference "Problems of Quality of Graphic Training of Students in Technical Universities: Traditions and Innovations". 2017. Issue. 4. – Pp. 76-82. (In Russian)

14. Bezditnyi A.A. Modeling of the channel surface with a contour arc // Proceedings of the Taurian State Agrotechnological University. 2012. Issue 4. Vol. 53. – Pp. 7-12. (In Ukrainian)

15. Bezditnyi A.A., Vereschaga V.M., Naidysh A.V., Konopatskiy E.V. Modeling of Canal Surface with Curvilinear Strain // Proceedings of the Taurian State Agrotechnological University. 2012. Issue 4. Vol. 54. – Pp. 9-14. (In Ukrainian)

16. Konopatskiy E.V., Bezditnyi A.A., Lagunova M.V., Naidysh A.V. Principles of solid modelling in point calculus // IoP conference series: Journal of Physics: Conf. Series 1901 (2021) 012063. DOI: 10.1088/1742-6596/1901/1/012063.

17. Konopatskiy E.V., Bezditnyi A.A. Solid modeling of geometric objects in point calculus // CEUR Workshop Proceedings. Proceedings of the 31st International Conference on Computer Graphics and

Vision (GraphiCon 2021). 2021. Vol. 3027. – Pp. 666-672. DOI: 10.20948/graphicon-2021-3027-666-672.

18. Konopatskiy E.V., Bezdityni A.A., Litvinov A.I. Geometric modeling of torse surfaces in BN-calculus // IoP conference series: Journal of Physics: Conf. Series 1791 (2021) 012050. DOI: 10.1088/1742-6596/1791/1/012050.

19. Zhikharev L.A., Karpova Yu.S. Two-dimensional reflections from curves // Journal of Natural Science Research. 2020. Vol. 5. No. 4. – Pp. 52-58. (In Russian)

20. Kats B.A. On one metric characteristic of closed plane curves and its application // Proc. of Kazan State University. Series: Physical and Mathematical Sciences. 2006. Vol. 148. No. 2. – Pp. 77-84. (In Russian)

21. Polezhaev Yu.O., Borisova A.Yu. Geometric modeling of rod structures using high order closed curves and triangulation // MSCU Bulletin. 2010. No. 2. – Pp. 73-78. (In Russian)

22. Konopatskiy E.V. Constructing a system of special flat curves of the sinusoidal type by the method

of generalized trigonometric functions // Collection of SWorld Scientific Papers. 2013. Vol. 12. No. 3. – Pp. 76-80. (In Ukrainian)

23. Korotkiy V.A., Khmarova L.I. Universal computer conikograph // GraphiCon 2016: Proceedings of the 26th International Scientific Conference. 2016. – Pp. 347-351. (In Russian)

24. Konopatskiy E.V., Krys'ko A.A., Bumaga A.I. Computational algorithms for modeling of one-dimensional contours through k in advance given points // Geometry & Graphics. 2018. No. 3. – Pp. 20-32. DOI: 10.12737/article_5bc457ece18491.72807735. (In Russian)

25. Konopatskiy E.V., Voronova O.S., Rotkov S.I., Lagunova M.V., Bezdityni A.A. Modeling of the 2nd order curves and surfaces of engineering structures shells based on their basis // Construction and technogenic safety. 2021. No. 22(74). – Pp. 101-110. DOI: 10.37279/2413-1873-2021-22-101-110. (In Russian)

MODELING OF CHANNEL SURFACES AND SOLIDS IN THE POINT CALCULUS

Konopatskiy¹ E.V., Bezdityni² A.A.

¹ Donbas national Academy of civil engineering and architecture, 286123, Donetsk Peoples Republic, Makeevka, Derzhavina str., 2, e.v.konopatskiy@mail.ru

² Sevastopol branch of «Plekhanov Russian University of Economics», 299053, Russia, Sevastopol, Vakulenchuk str., 29, bezdytniy@gmail.com

Abstract. The paper proposes and implements an approach to geometric modeling of channel surfaces in the point calculus by determining the movable plane of section perpendicular to the guiding line of the channel surface. For this purpose, by constructing a normal and a binormal to the tangent, a movable simplex of three-dimensional space accompanying the guiding curve, which is analogous to the Frenet trihedron in the pointwise calculus, is formed. The normal and binormal are defined by the tools of the point calculus using the metric operator of three points and the exit point from the plane, which are analogs, respectively, of scalar and vector products of vectors. Examples of modeling channel surfaces with algebraic planar and transcendental spatial curve are given. Examples of using an ellipse, a closed curve of "sinusoidal" type, and a closed bypass of the 1st order of smoothness are given as formants. In the part of developing a mathematical apparatus for constructing high-performance geometric solid modeling systems, the definition of channel solids having both constant and variable functionally controllable thicknesses is performed. Here, a geometric algorithm for modeling channel surfaces and solids that is described analytically by a sequence of point equations is implemented. For its computer implementation in the form of a computational algorithm, parametric equations obtained by means of a subordinate calculation are given in parallel with the point equations.

Subject of research: geometric algorithms for modeling channel surfaces and solids.

Materials and methods: research methods include geometric algorithms for modeling channel surfaces and solids, parametrized of which is performed using the mathematical apparatus of the "Point Calculus".

Results: a geometrical algorithm for parameterization of channel surfaces and solids in the point calculus is developed; examples of modeling channel surfaces with planar and spatial guides and various formations are given; an analogue of the Frenet trihedron in the point calculus is obtained.

Conclusions: computer implementation of such approach to geometric modeling of channel surfaces and solids in the point calculus can expand the capabilities of existing CAD and solid-state modeling systems, which can be supplemented by numerical modeling with geometric interpolants, forming a closed system of modeling and calculation, applicable to a wide range of engineering and scientific problems.

Key words: geometric modeling, point calculus, metric operator, closed curves, channel surfaces, channel bodies.