

УДК 514.18: 37.02

О ТРАНСФОРМАЦИИ ЛИНИЙ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ КОНИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ В ЧАСТНЫХ СЛУЧАЯХ

Серода¹ В.Г., Бут² А.Ю.

Севастопольский государственный университет, 299053, г. Севастополь, ул. Университетская, 33,
E-mail: ¹aderes57v@mail.ru; ² butalexandr@rambler.ru

Аннотация. Рассматривается вопрос, в каких случаях и при каких условиях получаются те или иные сочетания кривых второго порядка при варьировании угла поворота и конусности пересекающихся конических поверхностей, описанных вокруг сферы. Постановка задачи исследования описывается на основании теоремы Монжа и условий, определяемых ею. С учётом практического значения теоремы Монжа подчёркивается важность рассмотрения трансформации линий пересечения конических поверхностей не только при изменении угла между их осями, но и в зависимости от конусности поверхностей. Для удобства визуализации трансформации вида линий пересечения конических поверхностей предложено использование круговой диаграммы. Рассмотрены частные случаи пересечения конических поверхностей, описанных вокруг сферы. Приведены примеры визуализации процесса трансформации линий пересечения конических поверхностей при помощи предлагаемых круговых диаграмм при различных углах конусности и углах между осями поверхностей. Проанализированы возможные варианты вида линии взаимного пересечения конических поверхностей с различной конусностью, при изменении угла между осями поверхностей. Предложен вариант использования результатов исследования в образовательном процессе путём анализа задачи при помощи предлагаемых диаграмм, последующего компьютерного трехмерного моделирования пересекающихся поверхностей и генеративного создания плоского чертежа. Приведен пример выполненного учебного задания по созданию линий пересечения двух конических поверхностей, описанных вокруг сферы, средствами компьютерного моделирования.

Предмет исследования: частный случай пересечения поверхностей 2-го порядка.

Материалы и методы: геометрический алгоритм моделирования линий взаимного пересечения конических поверхностей – кривых 2-го порядка – с использованием методов сферических посредников и компьютерного моделирования.

Результаты: показано, что вид кривых второго порядка, при пересечении конических поверхностей в частных случаях, зависит не только от величины угла между их осями, а и от величин их конусности. Предложено использование круговой диаграммы для удобства визуализации процесса трансформации вида линий пересечения конических поверхностей.

Выводы: в результате исследования расширено представление о теореме Монжа, как одной из основ теории пересечения поверхностей. Предлагаемая круговая диаграмма позволяет систематизировать и визуализировать варианты трансформации вида линии пересечения конических поверхностей. Результаты исследования могут быть использованы: в учебном процессе – для ускорения восприятия учебного материала и всестороннего осмысления теоремы Монжа; в строительстве и архитектуре – при проектировании конструкций с элементами пересекающихся конических поверхностей.

Ключевые слова: начертательная геометрия, теорема Монжа, квадрики, коники, трансформация, диаграмма.

ВВЕДЕНИЕ

Формообразование технических поверхностей основано на совместном использовании начертательной и вычислительной геометрии. При конструировании технических изделий и проектировании архитектурных форм массово используются конические поверхности вращения, которые являются поверхностями второго порядка. Важность изучения подобных поверхностей для практического применения в промышленности периодически подтверждается актуальными публикациями [1 – 3]. Кроме того, вопросы пересечения поверхностей закономерно рассматриваются с методической точки зрения [4 – 7]. В общем случае две поверхности второго порядка (квадрики) пересекаются по пространственной линии четвертого порядка (биквадратной кривой), которая в некоторых случаях распадается на две линии второго порядка (коники). Условия, при которых это происходит, определяются теоремой Монжа: «Если две поверхности второго порядка описаны около третьей или вписаны в нее, то они пересекаются по

двум плоским кривым. Эти кривые проходят через прямую, соединяющую точки пересечения линий касания» [8]. Термин «Теорема Монжа» пожалуй, впервые встречается у профессора Н.Ф. Четверухина, там же можно ознакомиться с доказательством данной теоремы [8].

Из теоремы Монжа, рассматриваемой в курсе «Начертательная геометрия», следует, что если две конические поверхности касаются одной сферы, то линиями пересечения являются две плоские кривые второго порядка, которые пересекаются между собой и проецируются в отрезки прямых на плоскость параллельную их пересекающимся осям.

Учитывая практическое значение теоремы Монжа, имеет смысл рассмотреть трансформацию (**трансформация** – преобразование, превращение, изменение вида, формы или свойств чего-либо; в **данном контексте** – изменение вида кривых при изменении угла поворота и конусности) линий пересечения конических поверхностей не только при изменении угла между их осями, но и в зависимости от конусности (**конусность** – отношение диаметра окружности основания конуса к его высоте для полных конусов или отношение

разности диаметров двух торцевых поперечных сечений конуса к расстоянию между ними для усеченных конусов) поверхностей.

В учебной литературе этот вопрос практически не освещается. Имеются публикации, в которых рассматриваются задачи на построение линий пересечения поверхностей второго порядка в системах трехмерного компьютерного моделирования [9 – 12]. В работе [13] показана возможность получения и визуализации разнообразия кривых второго порядка, в зависимости от комбинаций пересекающихся поверхностей (описанных вокруг сферы) и взаимного положения, при изменении угла между их осями.

Визуализировать трансформацию вида линий пересечения конических поверхностей (описанных около сферы) можно с помощью предлагаемой **круговой диаграммы**. Для этого, предварительно, рассмотрим два частных случая пересечения конических поверхностей (с конусностью $2\alpha \neq 2\gamma$), описанных вокруг сферы.

Следует отметить, что при описании подобных конических поверхностей общепринято

использование термина «**уклон конуса**» – это половина угла при его вершине. Однако в данной работе предлагаются новые графические схемы отображения исследуемых пространственных зависимостей, и для этого принята определенная, соответствующая схемам и логике рассуждений, структура обозначений. Поэтому далее в тексте в основном будет использоваться общее понятие и термин – «конусность».

ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ КОНИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ, ОПИСАННЫХ ВОКРУГ СФЕРЫ

Случай 1. Образующие поверхностей совпадают (поверхности пересекаются по эллипсу и двойной прямой). При этом угол между осями поверхностей будет равен $\alpha_1 = \beta - \gamma$ (рис. 1). Если из этого положения повернуть поверхность ещё на 180° , то их образующие станут параллельными и поверхности пересекутся по эллипсу и параболе (с учетом двухполостности конусов).

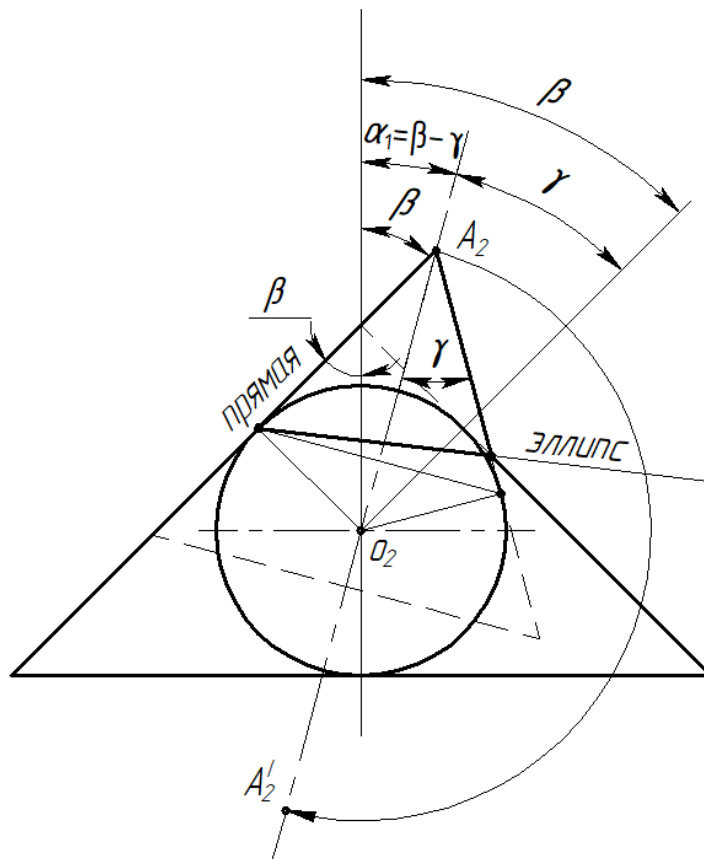


Рис. 1. Пересечение двух конусов (образующие совпадают)
Fig. 1. Intersection of two cones (generatrices coincide)

Случай 2. Образующие поверхностей параллельны (поверхности пересекаются по эллипсу и параболе). Угол между осями конических поверхностей определяется как $\alpha_2 = \beta + \gamma$ (рис. 2).

При дальнейшем повороте конуса на 180° образующие поверхностей совпадут, а поверхности пересекутся по эллипсу и двойной прямой.

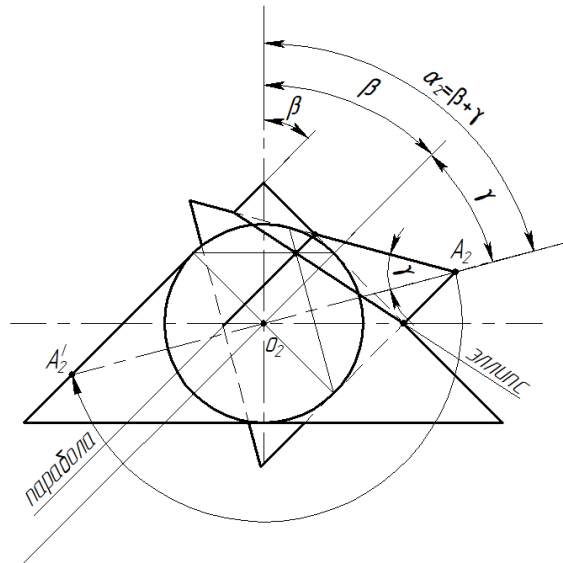


Рис. 2. Пересечение двух конусов (образующие параллельны)
Fig. 2. Intersection of two cones (generatrices are parallel)

**КРУГОВАЯ ДИАГРАММА ДЛЯ
 ВИЗУАЛИЗАЦИИ ТРАНСФОРМАЦИИ
 ВИДА ЛИНИЙ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ
 ПОВЕРХНОСТЕЙ**

На предлагаемой круговой диаграмме (рис. 3) углы α_1 и α_2 определяют описанные выше

закономерности и позволяют разделить площадь круга диаграммы на симметрично расположенные сектора А, В, С и D. В секторах А и С пересечение конических поверхностей происходит по двум эллипсам, а в секторах В и D – по эллипсу и гиперболе (если ось поворачиваемой поверхности будет находиться в соответствующем секторе). Если оси поверхностей совпадают, то поверхности пересекаются по двум окружностям.

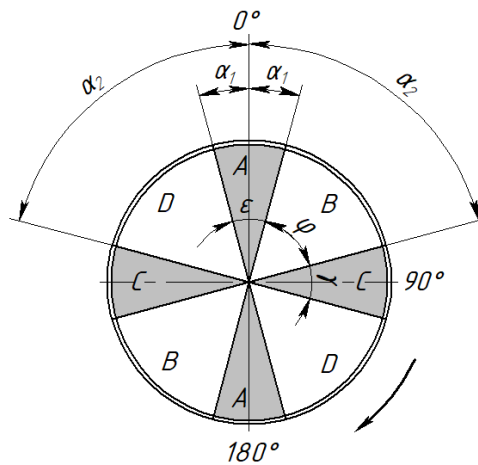


Рис. 3. Диаграмма трансформации вида коник (общий вид)
Fig. 3. Diagram of the transformation of the type of conics (general view)

Заметим, что при повороте одной конической поверхности относительно другой поверхности на 360° пересечение по эллипсу и параболе, а также по эллипсу и двойной прямой происходит по четыре раза.

С целью упрощения построения диаграммы определим угловые величины ε , φ и λ соответственно секторов А, В и С (рис. 3). Угловая величина эллипсных секторов А определяется как $\varepsilon = 2\alpha_1 = 2\beta - 2\gamma$. Для эллипсно-гиперболических секторов В и D угловая величина равна $\varphi = \alpha_2 - \alpha_1 = 2\gamma$. Для эллипсных секторов С имеем зависимость $\lambda = 180^\circ - (\varepsilon + 2\varphi) = 180^\circ - (2\beta + 2\gamma)$.

Итак, приведенные зависимости показывают, что вид кривых второго порядка, при пересечении конических поверхностей, зависит не только от величины угла между их осями, а и от величин их конусности (уклонов участвующих конусов).

ПРИМЕРЫ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ПРОЦЕССА ТРАНСФОРМАЦИИ ЛИНИЙ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ КОНИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ПРИ ПОМОЩИ КРУГОВЫХ ДИАГРАММ

Диаграммы позволяют визуализировать процесс трансформации линий пересечения конических поверхностей в зависимости от угла между их осями и величин конусности. Рассмотрим несколько примеров.

Пример 1. Построить диаграмму секторов, определяющих линии пересечения двух конических поверхностей с конусностью $2\beta = 60^\circ$ и $2\gamma = 30^\circ$ (уклоны конусов – 30° и 15° , соответственно).

В результате вычислений получим параметры для построения диаграммы:

$$\beta = 30^\circ; \gamma = 15^\circ; \alpha_1 = \beta - \gamma = 15^\circ; \alpha_2 = \beta + \gamma = 45^\circ; \\ \varepsilon = 2\beta - 2\gamma = 30^\circ; \varphi = 2\gamma = 30^\circ; \lambda = 180^\circ - (2\beta + 2\gamma) = 90^\circ.$$

Диаграмма содержит восемь секторов (рис. 4).

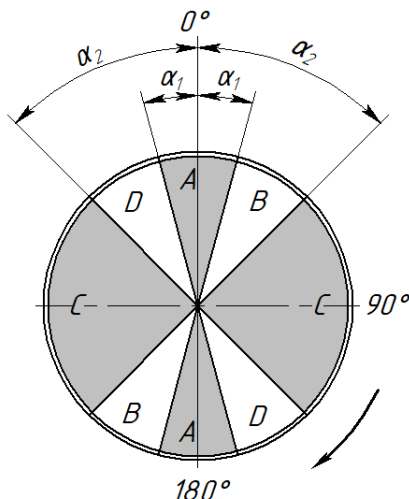


Рис. 4. Диаграмма трансформации вида коник ($2\beta = 60^\circ$ и $2\gamma = 30^\circ$)
Fig. 4. Diagram of the transformation of the type of conics ($2\beta = 60^\circ$ and $2\gamma = 30^\circ$)

В этом примере, при изменении угла α (от 0° до 360°) между осями поверхностей, линиями пересечения поверхностей будут: две окружности; два эллипса; эллипс и двойная прямая; эллипс и гипербола; эллипс и парабола.

Пример 2. Построить диаграмму секторов, определяющих линии пересечения двух конических поверхностей с конусностью $2\beta = 45^\circ$ и $2\gamma = 45^\circ$ (уклоны конусов – $22,5^\circ$).

Запишем значения параметров, необходимых для построения диаграммы:

$$\alpha_1 = 0^\circ; \alpha_2 = 45^\circ; \varepsilon = 0^\circ; \varphi = 45^\circ; \lambda = 90^\circ.$$

На диаграмме (рис. 5) будет четыре сектора, так как $\varepsilon = 0^\circ$. Сектора А отсутствуют, а сектора В и D сливаются в один сектор.

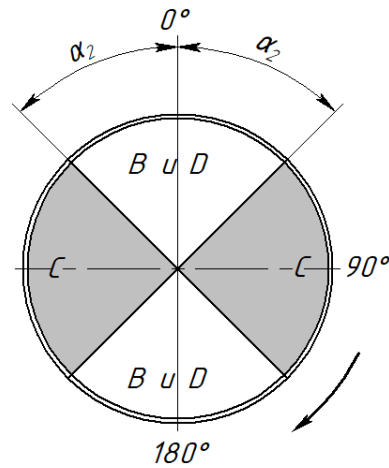


Рис. 5. Диаграмма трансформации вида коник ($2\beta = 2\gamma = 45^\circ$)
Fig. 5. Diagram of the transformation of the type of conics ($2\beta = 2\gamma = 45^\circ$)

Здесь, при изменении угла α (от 0° до 360°) между осями поверхностей, линиями пересечения поверхностей будут: две окружности; эллипс и гипербола; эллипс и парабола; два эллипса; эллипс и двойная прямая.

Пример 3. Построить диаграмму секторов, определяющих линии пересечения двух поверхностей с равной конусностью ($2\beta = 2\gamma = 90^\circ$) (уклоны конусов – 45°).

Необходимыми параметрами для построения диаграммы будут:

$$\alpha_1 = 0^\circ; \alpha_2 = 90^\circ; \varphi = 90^\circ; \lambda = 0^\circ.$$

Диаграмма (рис. 6) также разделена на четыре сектора, так как $\varepsilon = 0^\circ$.

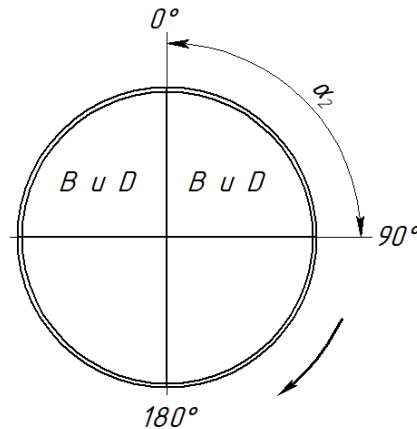


Рис. 6. Диаграмма трансформации вида коник ($2\beta = 2\gamma = 90^\circ$)
Fig. 6. Diagram of the transformation of the type of conics ($2\beta = 2\gamma = 90^\circ$)

В данном случае пересечение конических поверхностей возможно по двум окружностям, по эллипсу и гиперболе, а также по параболе и двойной прямой (при $\alpha = 90^\circ$). Заметим, что отсутствует пересечение по двум эллипсам.

Пересечение по эллипсу и двойной прямой, а также по эллипсу и параболе отражает переход от пересечения по двум эллипсам к пересечению по эллипсу и гиперболе (или наоборот), что имеет место при определённых значениях угла α и конусности 2β и 2γ .

Отметим, что если конусность одной из поверхностей стремиться к нулю, (например $2\gamma = 0$),

то коническая поверхность трансформируется в цилиндрическую поверхность.

Если конусность одной из поверхностей стремиться к 180° (например, $2\gamma = 180^\circ$), то коническая поверхность трансформируется в плоскость. При вращении вокруг сферы плоскость пересекает коническую поверхность дважды соответственно по окружности, по параболе и двойной прямой,

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОЦЕССЕ

Для закрепления практического значения теоремы Монжа и усвоения основ компьютерного моделирования в условиях образовательного процесса представляется возможным выполнение трехмерной модели двух конических поверхностей (описанных вокруг сферы) с последующим генерированием основных видов в одной из систем AutoCAD, Inventor, T-FLEX, Компас. Вариативность задания осуществляется путем изменения параметров конусности поверхностей и

угла поворота одной поверхности относительно другой.

На рис. 7 приведен пример контрольного задания выполненного в САПР T-FLEX CAD. Порядок выполнения следующий. Основываясь на исходных данных – размерах и взаимном расположении пересекающихся конусов – выполняется анализ задания с использованием предлагаемой диаграммы. Далее в 3D-пространстве создаётся модель пересекающихся конусов с выбранными размерами и углом между их осями. Затем из 3D-модели получается 2D-чертёж, оформляемый согласно образцу (рис. 7). Результаты, отображенные на чертеже, ещё раз сопоставляются с данными диаграммы и поясняются.

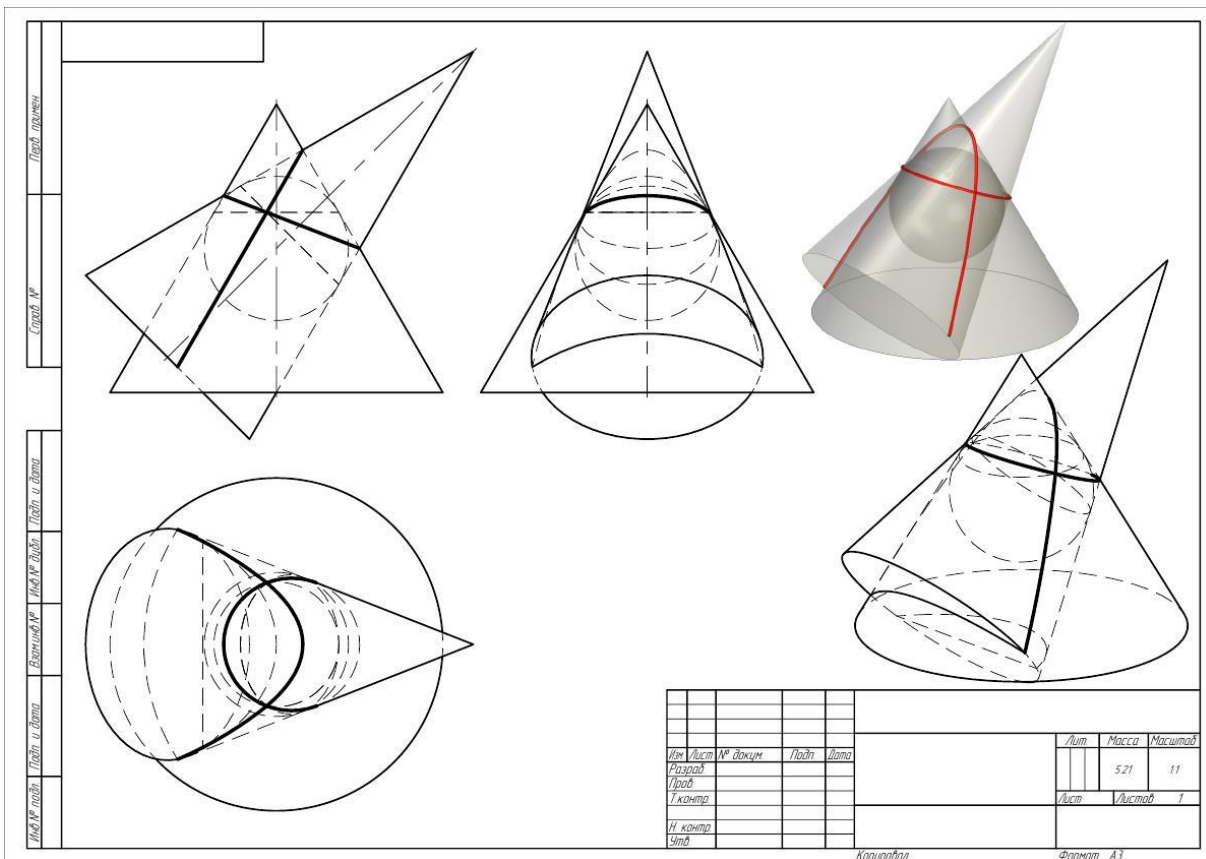


Рис. 7. Образец контрольного задания
Fig. 7. Sample control task

ВЫВОДЫ

Вид кривых второго порядка, при пересечении конических поверхностей в частных случаях, зависит не только от величины угла между их осями, а и от величин их конусности.

При изменении угла поворота конические поверхности с неодинаковой конусностью пересекаются: по двум окружностям (два раза); по эллипсу и двойной прямой, по эллипсу и параболе, по двум эллипсам (по четыре раза).

Визуальное представление трансформации линий пересечения поверхностей с помощью диаграмм ускоряет восприятие учебного материала и способствует всестороннему осмыслению теоремы Монжа. Также результаты исследования могут быть использованы в предметных областях строительства и архитектуры – при проектировании конструкций с элементами пересекающихся конических поверхностей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Конопацкий Е.В., Воронова О.С., Ротков С.И., Лагунова М.В., Бездитный А.А. Моделирование кривых 2-го порядка и поверхностей оболочек инженерных сооружений на их основе // Строительство и техногенная безопасность. Симферополь: КФУ им. В.И. Вернадского. 2021. № 22 (74). – С.101-110.

2. Короткий В.А., Усманова Е.А. Применение кривых второго порядка для конструирования гладких каркасно-сетчатых поверхностей // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Строительство и архитектура. 2014. Т.14. №3. – С. 45-48.

3. Беляева З. В., Митюшов Е. А. Геометрическое моделирование пространственных конструкций. Своды // Вестник Томского государственного архитектурно – строительного университета. 2010. №1. – С. 53-63.

4. Деменева Н.В. Аналитическая геометрия. Кривые второго порядка // Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Пермский государственный аграрно-технологический университет имени академика Д.Н. Прянишникова". Пермь: ИПЦ Прокрость, 2019. – 310 с. ISBN 9785942794613.

5. Хейфец А.Л. Сравнение методов начертательной геометрии и 3D компьютерного геометрического моделирования по точности, сложности и эффективности // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Строительство и архитектура, 2015. Т. 15. №4. – С. 49-63.

6. 3. Хейфец А.Л. 3D-модель пересечения софокусных и псевдософокусных квадрик // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника, 2013. №2. – С. 88-95. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://vestnik.susu.ru/ctr/article/view/211/197> (дата обращения 05.03.2022).

7. Хейфец А.Л., Короткий В.А. 3D-компьютерное моделирование пересечения эллиптических конусов при их двойном соприкосновении. AutoCAD // 16-я Международная конференция по компьютерной графике и ее приложениям «Графикон 2006»: труды. Новосибирск: Прайс-куррьер, 2006. – С. 128-133.

8. Четверухин, Н.Ф. Проективная геометрия. М.: Просвещение, 1969. 368 с.

9. Хейфец А.Л. Исследование линии пересечения поверхностей второго порядка в курсе теоретических основ компьютерного геометрического моделирования // 12-я Международная конференция по компьютерной графике и машинному зрению «Графикон 2002»: труды. Нижний Новгород, 16 сентября – 21 сентября. – 462 с.

10. Хейфец А.Л., Ерохин С.В. 3D-моделирование частных случаев пересечения поверхностей второго

порядка в пакете AutoCAD // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Строительство и архитектура. 2003. Вып. 2. № 7 (23). – С. 92 – 95.

11. Корягина О.М. Построение линий пересечения поверхностей второго порядка в системе объемного моделирования Autodesk Inventor // Cloud of Science. Электрон. журн. 2016. Т. 3. № 1. – С.60-70. – Режим доступа: http://cloudofscience.ru/publications/archive/cos_3_1/ (дата обращения 05.03.2022).

12. Ширий А. В. Построение линии пересечения поверхностей с помощью 3D-моделирования в программе «КОМПАС-3D» // X Юбилейная Всероссийская научно-техническая конференция студентов, аспирантов и молодых ученых с международным участием, посвященная 80-летию образования Красноярского края «Молодежь и наука»: сборник материалов. Красноярск: Сибирский федеральный ун.-т, 2014. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://conf.sfu-kras.ru/sites/mn2014/pdf/d03/s01/s01_015.pdf (дата обращения 05.03.2022).

13. Серeda В.Г., Бут А.Ю. Зависимость вида линии пересечения поверхностей от их комбинаций. Вестник науки и образования Северо-Запада России. Калининград. Электрон. журн. 2021. Т.7. №2. – Режим доступа: <http://vestnik-nauki.ru/wp-content/uploads/2021/05/2021-N2-SeredaBut.pdf> (дата обращения 05.03.2022).

REFERENCES

1. Konopackij E.V., Voronova O.S., Rotkov S.I., Lagunova M.V., Bezditynj A.A. Modeling of curves of the second-order and surfaces of shells of engineering structures based on them // Construction and technogenic safety. Simferopol: V.I. Vernadsky Crimean Federal University, 2021. No. 22 (74). – Pp. 159-168. (In Russian)

2. Korotky V.A., Usmanova E.A. The use of second-order curves to construct smooth frame-mesh surfaces // Bulletin of the South Ural State University. Series: Construction and Architecture, 2014. Vol. 14. No. 3. – Pp. 45 – 48. (In Russian)

3. Belyaeva Z. V., Mityushov E. A. Geometric modeling of spatial structures. Vaults // Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arhitekturno – stroitel'nogo universiteta. 2010. No 1. – Pp. 53-63. (In Russian)

4. Demeneva N.V. Analytical geometry. Second-order curves // Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "Perm State Agrarian and Technological University named after Academician D.N. Pryanishnikov". Perm: CPI Prokrost, 2019. – 310 p. ISBN 9785942794613. (In Russian)

5. Hejfec A.L. Comparison of methods of descriptive geometry and 3D computer geometric modeling in terms of accuracy, complexity and efficiency // Bulletin of the South Ural State University. Series: Construction and Architecture, 2015. Vol. 15. No. 4. – Pp. 49-63. (In Russian)

6. Hejfec A.L. 3D-model of the intersection of confocal and pseudosofocal quadrics // Bulletin of the South Ural State University. Series: Computer technologies, control, radio electronics, 2013. No. 2. – Pp. 88-95. – Available at: <https://vestnik.susu.ru/ctcr/article/view/211/197> (date of access 05.03.22). (In Russian)
7. Hejfec A.L., Korotkij V.A. 3D computer simulation of the intersection of elliptical cones at their double contact. AutoCAD // 16th International Conference on Computer Graphics and its Applications “GraphicCon'2006”: papers. Novosibirsk: Prajs-kur'er, 2006. – Pp. 128-133. (In Russian)
8. CHetveruhin, N.F. Proektivnaya geometriya [Projective geometry]. Moscow: Prosveshchenie. 1969. – 368 p.
9. Hejfec A.L. The study of the line of intersection of surfaces of the second order in the course of the theoretical foundations of computer geometric modeling. 12th International Conference on Computer Graphics and Machine Vision “GraphicCon'2002”: papers. Nizhnij Novgorod, 2002. – 462 p. (In Russian)
10. Hejfec A.L., Erohin S.V. 3D modeling of special cases of intersection of second-order surfaces in the AutoCAD package // Bulletin of the South Ural State University. Series: Construction and Architecture, 2003. Vol. 2. No. 7 (23). – Pp. 92-95. (In Russian)
11. Koryagina O.M. Construction of lines of intersection of surfaces of the second order in the volume modeling system Autodesk Inventor. Cloud of Science: scientific Internet-journal. 2016. Vol. 3. No. 1. – Pp. 60 – 70. – http://cloudofscience.ru/publications/archive/cos_3_1/ (date of access 05.03.22). (In Russian)
12. SHiryaj A. V. Construction of a line of intersection of surfaces using 3D modeling in the KOMPAS-3D program. X Anniversary All-Russian scientific and technical conference of students, graduate students and young scientists with international participation, dedicated to the 80th anniversary of the formation of the Krasnoyarsk Territory "Youth and Science": a collection of materials. Krasnoyarsk: Siberian Federal University, 2014. – https://conf.sfu-kras.ru/sites/mn2014/pdf/d03/s01/s01_015.pdf (date of access 05.03.22). (In Russian)
13. Sereda V.G., But A.Yu. Traces type dependence on combinations of the surfaces. Vestnik nauki i obrazovaniya Severo-Zapada Rossii. Kaliningrad: scientific Internet-journal. 2021. Vol. 7. No. 2. – <http://vestnik-nauki.ru/wp-content/uploads/2021/05/2021-N2-SeredaBut.pdf> (date of access 05.03.22). (In Russian)

ON TRANSFORMATION OF CONIC SURFACES INTERCEPTION LINES IN SPECIAL CASES

Sereda¹ V.G., But² A.Yu.

Sevastopol State University, 299053, Sevastopol, Universitetskaya str., 33,
E-mail: ¹aderes57v@mail.ru; ²butalexandr@rambler.ru

Abstract. The question is considered in what cases and under what conditions certain combinations of second-order curves are obtained by varying the angle of rotation and taper of intersecting conical surfaces circumscribed around a sphere. The statement of the research problem is described on the basis of the Monge theorem and the conditions determined by it. Taking into account the practical significance of Monge's theorem, the importance of considering the transformation of the lines of intersection of conical surfaces is emphasized not only when the angle between their axes changes, but also depending on the conicity of the surfaces. For the convenience of visualizing the transformation of the type of lines of intersection of conical surfaces, the use of a pie chart is proposed. Particular cases of intersection of conical surfaces circumscribed around a sphere are considered. Examples of visualization of the process of transformation of the lines of intersection of conical surfaces using the proposed circular diagrams at various taper angles and angles between the axes of the surfaces are given. Possible variants of the line of mutual intersection of conical surfaces with different taper are analyzed, when the angle between the axes of the surfaces changes. A variant of using the research results in the educational process by analyzing the problem using the proposed diagrams, followed by computer three-dimensional modeling of intersecting surfaces and generative creation of a flat drawing is proposed. An example of a completed training task on the creation of lines of intersection of two conical surfaces described around a sphere by means of computer simulation is given.

Subject of research: a special case of intersection of surfaces of the second-order.

Materials and methods: geometric algorithm for modeling the lines of mutual intersection of conical surfaces - curves of the 2nd order - using the methods of spherical mediators and computer simulation.

Results: it is shown that the form of curves of the second order, when crossing conical surfaces in particular cases, depends not only on the angle between their axes, but also on the values of their taper. The use of a pie chart is proposed for the convenience of visualizing the process of transformation of the type of lines of intersection of conical surfaces.

Conclusions: as a result of the study, the concept of Monge's theorem, as one of the foundations of the theory of intersection of surfaces, has been expanded. The proposed pie chart allows you to systematize and visualize the options for transforming the type of line of intersection of conical surfaces. The results of the study can be used: in the educational process - to accelerate the perception of educational material and a comprehensive understanding of the Monge theorem; in construction and architecture - when designing structures with elements of intersecting conical surfaces.

Key words: descriptive geometry, Monge's theorem, quadrics, conics, transformation, diagram.